

FERNANDO BERRETTA GUIMARÃES

OTIMIZAÇÃO DE MÁQUINAS ELÉTRICAS DE RELUTÂNCIA
VARIÁVEL DUPLAMENTE SALIENTES

SÃO PAULO

2010

FERNANDO BERRETTA GUIMARÃES

OTIMIZAÇÃO DE MÁQUINAS ELÉTRICAS DE RELUTÂNCIA
VARIÁVEL DUPLAMENTE SALIENTES

TRABALHO DE FORMATURA
APRESENTADO À ESCOLA
POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE
SÃO PAULO PARA OBTENÇÃO DO
TÍTULO DE ENGENHEIRO

SÃO PAULO

2010

FERNANDO BERRETTA GUIMARÃES

OTIMIZAÇÃO DE MÁQUINAS ELÉTRICAS DE RELUTÂNCIA
VARIÁVEL DUPLAMENTE SALIENTES

TRABALHO DE FORMATURA
APRESENTADO À ESCOLA
POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE
SÃO PAULO PARA OBTENÇÃO DO
TÍTULO DE ENGENHEIRO

AREA DE CONCENTRAÇÃO:
ENGENHARIA MECATRÔNICA

ORIENTADOR: PROF. DR.
EMÍLIO CARLOS NELLI SILVA

SÃO PAULO

2010

FICHA CATALOGRÁFICA

Guimarães, Fernando Berretta

**Otimização de máquinas de relutância variável duplamente salientes / F.B. Guimarães. -- São Paulo, 2010.
82 p.**

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos.

1. Máquinas elétricas 2. Otimização topológica 3. Motores elétricos (Otimização) I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos II. t.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar minha gratidão a todas as pessoas que contribuíram para a realização desse trabalho e também para a minha graduação como engenheiro mecatrônico da Escola Politécnica da USP.

Primeiramente ao meu orientador nesse trabalho, Prof. Dr. Emílio Carlos Nelli Silva, pela disposição em me orientar, atenção e apoio que tive sempre que necessário.

Em seguida à minha mãe, que sempre me apoiou e me deu forças nos momentos mais difíceis desses longos anos de graduação e tornou tudo isso possível.

À minha família em geral, que sempre acreditou em mim e me apoiou, sendo uma motivação a mais em momentos difíceis.

Aos professores que tive ao longo desses anos, que me formaram e me ensinaram muito, profissionalmente e pessoalmente.

Aos amigos e colegas da Poli, muitos dos quais serviram e servem de inspiração pra mim.

E ao meu pai, em memória.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

LISTA DE SÍMBOLOS

RESUMO

ABSTRACT

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Interesse do tema.....	1
1.1.1	Evolução das máquinas elétricas	1
1.1.2	Novos panoramas do setor automotivo mundial.....	2
1.2	Adequação do tema	3
1.3	Escopo do trabalho.....	4
1.4	Objetivo do trabalho	6
1.5	Abordagem utilizada	6
2	A MÁQUINA DE RELUTÂNCIA VARIÁVEL	8
2.1	Introdução.....	8
2.1.1	Princípio de funcionamento de uma MRV	8
2.1.2	Componentes de uma MRV	10
2.1.3	Principais categorias de MRVs	11
2.2	O torque nas Máquinas de Relutância Variável.....	11
2.3	A saturação nas Máquinas de Relutância Variável	15
2.4	O ruído nas Máquinas de Relutância Variável	17
2.4.1	A origem do ruído	17
2.4.2	Técnicas para reduzir o ruído das MRVs.....	19

3	ANÁLISE DA MRV PELO MEF COM O ANSYS	20
3.1	Introdução.....	20
3.2	Etapas da análise	21
3.3	Criação da geometria da máquina.....	21
3.4	Criação da malha de elementos finitos	24
3.5	Formulação do problema magnético e solução	26
3.6	Cálculo do torque.....	29
3.7	Forças magnéticas no estator	33
3.8	Análise Modal	34
4	MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO	36
4.1	Introdução.....	36
4.1.1	Conceitos-chave em otimização:	37
4.2	A otimização aplicada a motores elétricos	38
4.2.1	Algoritmos genéticos	39
4.2.2	Otimização topológica	41
4.3	Escolha do algoritmo.....	45
5	IMPLEMENTAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA	46
5.1	Introdução.....	46
5.2	Definição do problema.....	48
5.2.1	Domínio estendido fixo	48
5.2.2	Função objetivo e restrições	50
5.2.3	Modelo de material	52
5.3	MEF e cálculo da função objetivo e restrições.....	54
5.4	Cálculo das sensibilidades	55
5.5	Passo de otimização e atualização do material.....	57
6	APLICAÇÃO À MRV E RESULTADOS	59

6.1	Introdução.....	59
6.2	Minimização da flexibilidade média.....	60
6.2.1	Definição do problema.....	60
6.2.2	Primeiro caso.....	61
6.2.3	Resultado - Código próprio.....	61
6.2.4	Resultado - Módulo de OT nativo do ANSYS	62
6.2.5	Segundo caso.....	63
6.2.6	Resultado	63
6.3	Maximização das frequências de ressonância.....	64
6.3.1	Definição do problema.....	64
6.3.2	Primeiro caso.....	65
6.3.3	Resultado	65
6.3.4	Segundo caso.....	67
6.3.5	Resultado	67
6.4	Maximização da energia eletromagnética.....	68
6.4.1	Definição do problema.....	68
6.4.2	Primeiro caso.....	69
6.4.3	Resultado	69
6.4.4	Segundo caso.....	70
6.4.5	Resultado	71
7	CONCLUSÃO.....	73
7.1	Conclusões e observações	73
7.2	Continuação e trabalhos futuros	74
8	BIBLIOGRAFIA.....	75
APENDICE A - PROBLEMAS DE TESTE USADOS NO DESENVOLVIMENTO DO		
CÓDIGO QUE IMPLEMENTA A OT		78

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Estrutura elementar de uma MRV.....	8
Figura 2 - Princípio de funcionamento de uma MRV.....	9
Figura 3 - Estrutura de uma MRV trifásica completa.....	9
Figura 4 - Componentes de uma MRV duplamente saliente.....	10
Figura 5 - Exemplos de MRVs.....	11
Figura 6 - Energia e coenergia magnética - caso linear.....	12
Figura 7 - Variação da indutância em função de θ	13
Figura 8 - Posições notáveis do rotor para o torque.....	14
Figura 9 - Variação da indutância em função de θ para as 3 fases de uma MRV.....	15
Figura 10 - Curvas de torque superpostas para uma MRV trifásica e torque total resultante.....	15
Figura 11 - Energia e coenergia magnética - caso não-linear.....	16
Figura 12 - Curva B-H para o modelo de material com saturação.....	17
Figura 13 - Alterações comuns na geometria das MRVs para diminuir o ruído.....	19
Figura 14 - Geometria de uma MRV 6/4 gerada pelo código de MEF criado com detalhe da divisão do entreferro.....	23
Figura 15 - Processo de rotação da malha do rotor implementado no código de MEF.....	25
Figura 16 - Malha de elementos finitos de uma MRV 6/4 gerada pelo código de MEF com detalhe da divisão do entreferro.....	25
Figura 17 - Linhas de fluxo magnético obtidas para uma MRV 6/4 para três posições distintas do rotor.....	29
Figura 18 - Caminho de integração para cálculo do torque.....	30
Figura 19 - Torque em função de θ para uma MRV 6/4 de 0° a 45°	31
Figura 20 - Torque em função de θ para uma MRV 6/4 de 0° a 45° - corrente 10x menor.....	32
Figura 21 - Torque trifásico e torque total em função de θ	32
Figura 22 - Forças magnéticas no estator para três posições distintas do rotor.....	33
Figura 23 - Modos de vibrar de ordem par do estator da MRV.....	35
Figura 24 - Exemplo de problema de otimização.....	38
Figura 25 - Parâmetros de uma MRV a serem determinados pelo AG.....	40

Figura 26 - Frente de Pareto.	41
Figura 27 - Problema clássico para a otimização topológica.	42
Figura 28 - Etapas de um projeto com otimização topológica.	43
Figura 29 - Fluxograma de implementação numérica da OT.	47
Figura 30 - Geometria da máquina a ser otimizada.	48
Figura 31 - Exemplo de domínio estendido fixo para MRV.	50
Figura 32 - Organograma dos casos de otimização apresentados.	59
Figura 33 - Estator completo e parte utilizada na OT com condições de contorno de simetria.	60
Figura 34 - Domínio de otimização - minimização da flexibilidade média - primeiro caso.	61
Figura 35 - Resultado da otimização - minimização da flexibilidade média - primeiro caso - código próprio.....	62
Figura 36 - Resultado da otimização - minimização da flexibilidade média - primeiro caso - módulo de OT do ANSYS.	62
Figura 37 - Domínio de otimização - minimização da flexibilidade média - segundo caso.....	63
Figura 38 - Resultado da otimização - minimização da flexibilidade média - segundo caso.....	64
Figura 39 - Resultado da otimização - maximização da frequência de ressonância - primeiro caso.....	66
Figura 40 - Comparação das frequências de ressonância dos modos pares - segundo caso.....	67
Figura 41 - Domínio de otimização - maximização da energia eletromagnética - primeiro caso.	69
Figura 42 - Resultado da otimização - maximização da energia eletromagnética - primeiro caso.	69
Figura 43 - Verificação do torque para o resultado da otimização.	70
Figura 44 - Domínio de otimização - maximização da energia eletromagnética - segundo caso.....	71
Figura 45 - Resultado da otimização - maximização da energia eletromagnética - segundo caso.	71
Figura 46 - Verificação do torque para o resultado da otimização.	72
Figura 47 - Primeiro problema de otimização usado para teste.	78

Figura 48 - Solução conhecida do primeiro problema de teste.	78
Figura 49 - Primeiro problema de otimização usado para teste considerando a simetria.	79
Figura 50 - Solução obtida para o primeiro problema de teste - aparecimento do tabuleiro de xadrez.	79
Figura 51 - Solução obtida para o primeiro problema de teste - aplicação do filtro...	81
Figura 52 - Segundo problema de otimização usado para teste.	81
Figura 53 - Solução conhecida do segundo problema de teste.....	81
Figura 54 - Solução obtida para o segundo problema de teste.	82

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

2D	Bidimensional
3D	Tridimensional
AG	Algoritmo Genético
ANSYS	Software comercial de elementos finitos
APDL	Ansys Parametric Design Language
AVM	Adjoint-Variable Method
FDM	Finite Difference Method
HDM	Homogenization Design Method
kHz	kilohertz
MATLAB	Software interativo de cálculo numérico
MEF	Método dos Elementos Finitos
MOGA	Multi-objective Genetic Algorithm
MOT	Método de Otimização Topológica
MRV	Máquina de Relutância Variável
MRVDS	Máquina de Relutância Variável Duplamente saliente
Nm	Newton - metro
NSGA2	Non-dominated Sorting Genetic Algorithm 2
OT	Otimização Topológica
PESA2	Pareto Envelope-based Selection Algorithm
SIMP	Simple Isotropic Material with Penalization
SPEA2	Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2
USP	Universidade de São Paulo

LISTA DE SIMBOLOS

A	Potencial vetorial magnético.
B	Vetor densidade de fluxo magnético
B_x, B_y, B_z	Densidade de fluxo magnético nas direções x, y e z
D	Vetor densidade superficial de campo elétrico
E	Vetor intensidade do campo elétrico
E_0	Módulo de elasticidade do material da máquina
E_i	Módulo de elasticidade do elemento i
E_{mag}	Energia magnética
F	Força magnética, função objetivo
f	Fração limite de material
f_v	Densidade de força por volume
g	Espessura do entreferro
H	Vetor intensidade do campo magnético
H_{bob}	Altura das bobinas
H_{dr}	Altura do dente do rotor
H_{ds}	Altura do dente do estator
i	Corrente elétrica
J	Vetor densidade de corrente elétrica
J_z	Densidade de corrente elétrica na direção z
K	Matriz de rigidez estrutural
K_i	Matriz de rigidez estrutural do elemento i
L	Comprimento da máquina na direção axial
L_{bob}	Largura das bobinas
L_{dr}	Largura do dente do rotor
L_{ds}	Largura do dente do estator
M	Matriz de massa
m	Limite de mudança da pseudo-densidade

N_r	Número de dentes no rotor
N_s	Número de dentes no estator
p	Fator de penalização
p_{vb}	Posição vertical das bobinas
R_{extr}	Raio externo do rotor
R_{exts}	Raio externo do estator
R_{intr}	Raio interno do rotor
R_{ints}	Raio interno do estator
S	Matriz de rigidez magnética
t	Tempo
T	Torque
u	Vetor de deslocamentos
V_0	Volume do domínio de otimização
$V(\rho)$	Volume de material utilizado
ε	Constante dielétrica
η	Coeficiente de amortecimento numérico
θ	Ângulo entre o rotor e o estator da MRV, a partir da posição de alinhamento vertical
λ	Multiplicador de lagrange
μ	Permeabilidade magnética
μ_{ar}	Permeabilidade magnética do ar
μ_{ferro}	Permeabilidade magnética do material ferromagnético
μ_i	Permeabilidade magnética do elemento i
μ_R	Permeabilidade magnética relativa
μ_R^i	Permeabilidade magnética relativa do elemento i
μ_R^{ferro}	Permeabilidade magnética relativa do material ferromagnético
ρ_v	Densidade volumétrica de carga elétrica
ρ_i	Pseudo-densidade do elemento i
ρ_{min}	Pseudo-densidade mínima
ρ_v	Densidade volumétrica de carga elétrica

σ	Condutividade elétrica
τ	Tensor de Maxwell
ω	Frequência de ressonância
$^{\circ}$	Graus (ângulo)

RESUMO

As máquinas elétricas de relutância variável duplamente salientes (MRVDS) são cada vez mais utilizadas nos setores industrial, aeroespacial, de eletrodomésticos e de transportes. Este tipo de máquina tem características muito interessantes, tais como baixo custo de fabricação, robustez mecânica e a possibilidade de atingir velocidades elevadas. Estas características, associadas a novas exigências do setor automotivo em relação às emissões de poluentes e à redução do consumo de combustível, fez surgir uma nova aplicação para as MRVDSs: o motor de arranque - alternador para automóveis ("Starter-Alternator" em inglês). No entanto, o elevado nível de ruído das MRVDS é um defeito muito limitante para esta aplicação. O objetivo deste trabalho é a otimização de MRVDSs, no contexto da aplicação motor de arranque-alternador, do ponto de vista eletromagnético e acústico. Para realizar essa tarefa, é utilizado o método da otimização topológica, que vem sendo aplicado com sucesso em diversos campos, incluindo problemas eletromagnéticos.

Palavras-chave: máquina de relutância variável, motor de arranque-alternador, ruído magnético, otimização topológica

ABSTRACT

Optimization of Doubly Salient Switched Reluctance Drives

Doubly Salient Switched Reluctance Drives are more and more used in sectors such as industrial, automotive, aeronautical, home appliances and public transportation. This kind of machine has very interesting characteristics such as low cost manufacturing, mechanical robustness and the possibility to reach very high speeds. These characteristics, added up to new requirements in the automotive sector regarding fuel consumption and emission of pollutants have created a new application for this kind of machine, the starter-alternator. However, a very well known problem of the MRVDS, the high level acoustic noise, is very inconvenient for this application. The purpose of this study is to optimize the MRVDS, in the context of the starter-alternator application, from the electromagnetic and the acoustic point of view. To achieve this task, we apply the topology optimization method, which has been applied successfully in a number of fields, including electromagnetic problems.

Keywords: switched reluctance drives, starter-alternator, magnetic noise, topology optimization

1 INTRODUÇÃO

Este documento apresenta o Trabalho de Formatura realizado para conclusão da graduação e obtenção do título de Engenheiro Mecatrônico da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

O tema do trabalho é a otimização de máquinas elétricas de relutância variável duplamente salientes, aplicadas na substituição do conjunto motor de arranque - alternador em automóveis híbridos. Essa otimização é realizada com o método da otimização topológica, considerando aspectos eletromagnéticos e acústicos.

1.1 INTERESSE DO TEMA

1.1.1 EVOLUÇÃO DAS MÁQUINAS ELÉTRICAS

Desde sua invenção, por volta de 1830, as máquinas elétricas sofreram uma grande evolução, que levou a uma diversificação e uma utilização cada vez maior deste tipo de equipamento. Hoje em dia, as máquinas elétricas estão em toda parte: na indústria, em sistemas de transporte (ferroviário, aeroespacial, automotivo), em sistemas de geração de energia (usinas hidrelétricas, geradores eólicos), em eletrodomésticos, em máquinas-ferramenta, dentre outras aplicações.

Nessa evolução, vários tipos de máquina foram desenvolvidos, apresentando características variadas. Alguns dos principais tipos de máquinas elétricas utilizados hoje são [1]:

- Máquina de corrente contínua
- Máquina síncrona
- Máquina assíncrona de indução
- Máquina de relutância variável

Todos esses tipos de máquina funcionam baseados em fenômenos eletromagnéticos, embora o princípio de funcionamento, o acionamento e as características de desempenho variem muito. Além disso, cada uma dessas categorias apresenta máquinas de diferentes tamanhos, potências e topologias, indo desde pequenos motores de corrente contínua presentes em equipamentos

odontológicos, com potências da ordem de alguns miliwatts, até enormes turbinas usadas em usinas hidrelétricas, que atingem potências da ordem de gigawatts [1].

Até algumas décadas pouco utilizadas devido à falta de tecnologia para realizar o seu acionamento, as máquinas de relutância variável (MRV) tem ganhado destaque nos últimos 30 anos [2,3]. O desenvolvimento acelerado da eletrônica de potência nesse período, associado a características mecânicas interessantes das MRVs (citadas na seção 1.2), fizeram o interesse nesse tipo de máquina aumentar rapidamente, dando origem a vários estudos e publicações sobre o tema. A eletrônica de potência atual permite realizar o acionamento de uma MRV de forma relativamente simples e pouco custosa, fato que ligado ao baixo custo de fabricação, à simplicidade e à robustez mecânica, dentre outras vantagens, explica o alto grau de interesse em torno desse tipo de máquina nos dias atuais. O funcionamento detalhado de uma MRV será detalhado na seção 2.1.1.

1.1.2 NOVOS PANORAMAS DO SETOR AUTOMOTIVO MUNDIAL

Nos últimos anos, o setor automotivo vem enfrentando novas exigências em termos de consumo de combustível e de emissão de poluentes. Em todo o mundo, a crescente preocupação com o meio ambiente tem obrigado as empresas do ramo a desenvolver novos produtos e tecnologias para diminuir a emissão de poluentes e reduzir o consumo de combustível dos automóveis que utilizam motor a combustão interna. O uso em massa desses veículos ao redor do globo é apontado como um dos responsáveis pelo aumento do efeito estufa [4], fenômeno que contribui para o aquecimento global, e da poluição do ar, que causa várias doenças respiratórias no ser humano. Os níveis alarmantes de poluição e degradação ambiental decorrente dos automóveis têm forçado os governos a impor limites e a criar novas legislações para os fabricantes de automóveis, que devem se adaptar rapidamente a essa nova situação.

Muitas das soluções para essas questões envolvem a eletrização dos veículos, ou seja, a utilização de máquinas elétricas, em diversos graus. Basicamente, essas soluções são classificadas em três tipos [2,4]:

- Sistemas “micro-hybrid”, onde a presença de um motor elétrico acoplado ao motor a combustão permite desligar e ligar o motor instantaneamente a cada

semáforo vermelho ou em congestionamentos por exemplo (função geralmente denominada “Start-Stop” pelos fabricantes de automóveis), gerando assim uma redução no consumo de combustível entre 5 e 10%;

- Sistemas “mild-hybrid”, onde além da função “Start-Stop” citada acima, a máquina elétrica assiste o motor a combustão quando o veículo está em movimento, fornecendo uma parcela de energia utilizada, e também permite a recuperação de parte da energia usada nas frenagens, gerando assim uma redução no consumo de combustível que pode chegar a 20% nos sistemas de última geração;
- Sistemas “full-hybrid”, onde o motor a combustão é completamente substituído por uma ou mais máquinas elétricas, eliminando assim a necessidade de combustível e tornando a tração do veículo 100% elétrica.

O principal componente elétrico dos dois primeiros tipos de sistema é o chamado motor de arranque - alternador, em inglês “Starter-Alternator”. Ele consiste em uma máquina elétrica que realiza tanto a função de alternador quanto a de motor de arranque, hora funcionando em modo motor (consumindo energia elétrica e gerando energia mecânica), hora funcionando em modo gerador (consumindo energia mecânica e gerando energia elétrica).

1.2 ADEQUAÇÃO DO TEMA

É na intersecção desses dois cenários que se encontra o tema do trabalho. Nos últimos anos, vários estudos têm demonstrado a adequação de máquinas de relutância variável para a aplicação motor de arranque - alternador [2,3,5]. As MRVs apresentam características muito interessantes para esse tipo de aplicação, como por exemplo [1,2,6,7]:

- Rotor simples, sem enrolamentos nem ímãs, de baixa inércia e de fácil construção (mostrado mais adiante, na figura 3);
- Enrolamento do estator simples, sem cruzamento de bobinas entre as fases e com cabeças de bobinas pequenas se comparadas a máquinas de indução;

- Elevada resistência mecânica, pois não possuem ímãs nem sistema escova-anel;
- Baixo custo de fabricação decorrente da simplicidade mecânica;
- Facilidade de resfriamento, pois a maioria das perdas ocorre no estator, mais fácil de resfriar que o rotor por ser uma peça externa;
- Possibilidade de temperatura de trabalho elevada devido à ausência de ímãs, que podem se desmagnetizar se expostos a altas temperaturas;
- Possibilidade de produzir torques iniciais elevadíssimos, mesmo a baixas velocidades, sem uma corrente excessivamente grande como em motores de indução;
- Capacidade para trabalhar em velocidades extremamente altas;
- Elevada confiabilidade, pois podem ser operadas com uma ou até mesmo duas fases em pane, além de apresentarem corrente de curto circuito e tensão de circuito aberto baixas.

No entanto, as MRVs também apresentam desvantagens, das quais a mais notável é o elevado nível de vibração e conseqüente ruído emitido [3,8,9]. Comparadas com outros tipos de máquinas, na mesma faixa de potência, elas são particularmente ruidosas, característica que limita a sua utilização uma vez que a maioria das aplicações de máquinas elétricas impõe restrições à emissão de ruído, devido à proximidade aos homens.

O ruído acústico das MRVs é um tema de pesquisa muito relevante atualmente e muitos estudos têm sido realizados para identificar as suas origens, bem como meios para reduzi-lo [3,9,10,11]. O presente trabalho visa estudar métodos para a otimização das MRVs, no contexto da aplicação motor de arranque - alternador, levando em conta aspectos acústicos e eletromagnéticos.

1.3 ESCOPO DO TRABALHO

Pode-se tentar otimizar uma MRV atacando-se dois aspectos distintos: a geometria e o acionamento [2,10]. A geometria corresponde à estrutura física da máquina (número de dentes no estator no rotor, a altura e a largura dos dentes, a largura do entreferro, etc.). Já o acionamento corresponde à definição do tipo de comando (unidirecional, bidirecional), dos ângulos de ativação e de desativação das fases,

etc. Este trabalho se restringe ao primeiro aspecto citado, ou seja, à geometria da máquina, e não trata a questão do comando.

As máquinas de relutância variável podem ser divididas em dois grandes grupos: máquinas salientes e máquinas duplamente salientes. As primeiras possuem pólos salientes apenas no rotor, com um estator internamente liso, enquanto que as últimas possuem pólos salientes no rotor e no estator - daí o nome duplamente saliente. Como uma máquina duplamente saliente produz um torque maior para o mesmo volume, se comparada a uma máquina apenas saliente, esse é o tipo de máquina usado em praticamente todas as aplicações reais [1]. Isso fica explicitado matematicamente pela expressão do torque de uma MRV, que será apresentada no capítulo 2. Assim sendo, o presente trabalho trata apenas das máquinas de relutância variável duplamente salientes, e utiliza a sigla MRV para se referir a esse tipo de máquina.

Além disso, as MRVs podem possuir uma ou mais fases. O presente trabalho se restringe ao projeto de máquinas trifásicas, pois esse é o tipo mais utilizado na aplicação em questão [2]. Máquinas de uma fase necessitam assistência externa para entrar em movimento, enquanto que máquinas de duas fases só podem entrar em movimento se equipadas de um rotor assimétrico, de fabricação mais complicada e custo mais elevado. As MRVs de três fases são as primeiras, em número crescente de fases, a produzir torque para qualquer posição do rotor utilizando rotor simétrico [1]. Somando-se isso ao fato de que um aumento no número de fases aumenta a complexidade da estrutura e do acionamento da máquina, obtém-se a razão que faz com que as máquinas trifásicas sejam as mais utilizadas no tipo de aplicação ao qual o trabalho se refere.

Finalmente, para poder estudar e comparar unicamente a influência da geometria da máquina, o material magnético a ser utilizado no estator e no rotor também foi fixado. As análises e os resultados obtidos porém continuam válidos para outros materiais magnéticos de propriedades semelhantes empregados na construção de máquinas elétricas.

1.4 OBJETIVO DO TRABALHO

O objetivo deste trabalho é estudar a aplicação de um método de otimização no dimensionamento geométrico de máquinas de relutância variável duplamente salientes, trifásicas, destinadas a aplicação como motor de arranque - alternador. Concretamente, deve ser desenvolvido um código de computador que receba como parâmetros de entrada as dimensões de uma determinada máquina e forneça como saída uma configuração possível para a sua geometria, configuração essa otimizada considerando aspectos eletromagnéticos ou acústicos.

1.5 ABORDAGEM UTILIZADA

Para realizar essa tarefa, duas classes de método de otimização foram estudadas - os algoritmos genéticos e a otimização topológica - tendo sido escolhida a otimização topológica. Os motivos dessa escolha são discutidos na seção 4.3.

A aplicação da otimização topológica a máquinas elétricas é um assunto complexo, que começou a ser estudado na última década e portanto não está dominado. O presente trabalho visa implementar a otimização topológica às MRVs de forma simplificada, utilizando modelos e funções objetivo que facilitem a implementação. Trabalhos sobre implementações complexas são ainda raros, sendo esse tema assunto de teses de doutorado recém-publicadas, como por exemplo [10]. A complexidade da implementação e dos cálculos pode aumentar enormemente quando se introduzem funções objetivo complexas ou modelos de material mais realistas por exemplo. A abordagem utilizada é portanto de aplicar a otimização topológica de forma simplificada e, quando possível, verificar o impacto dos resultados em objetivos mais complexos.

Um código de computador que permite analisar vários aspectos das MRVs através do método dos elementos finitos foi desenvolvido utilizando o programa comercial ANSYS, versão 11. Esse código, escrito utilizando a linguagem de programação seqüencial do ANSYS, permite analisar uma dada configuração de MRV de forma automatizada, recebendo as dimensões da máquina como parâmetro de entrada. Essa análise serve para vários propósitos, como por exemplo, estudo da distribuição do fluxo magnético, identificação das forças magnéticas presentes na estrutura, análise modal, cálculo do torque para qualquer posição do rotor, dentre outros. Os

dados obtidos com esse código podem ser utilizados tanto em partes do algoritmo de otimização como para verificação de modelos e de resultados, constituindo assim uma ferramenta poderosa no dimensionamento das MRVs.

O restante do documento é dividido da seguinte maneira: o capítulo 2 introduz as MRVs e o problema de ruído que elas apresentam; o capítulo 3 apresenta o código de MEF criado para a análise das MRVs, junto com a formulação teórica para resolução do problema eletromagnético; o capítulo 4 apresenta os dois métodos de otimização estudados e os critérios usados na escolha do método implementado; o capítulo 5 trata da implementação numérica desse método e apresenta os modelos e cálculos utilizados; o capítulo 6 apresenta os resultados obtidos para cada problema; o capítulo 7 analisa os resultados de forma global e conclui o trabalho.

2 A MÁQUINA DE RELUTÂNCIA VARIÁVEL

2.1 INTRODUÇÃO

2.1.1 PRINCIPIO DE FUNCIONAMENTO DE UMA MRV

O princípio de funcionamento das MRVs é baseado no fenômeno magnético pelo qual um circuito magnético tende a minimizar sua relutância. Ele pode ser explicado utilizando-se uma estrutura básica de um par de pólos, mostrada na figura 1.

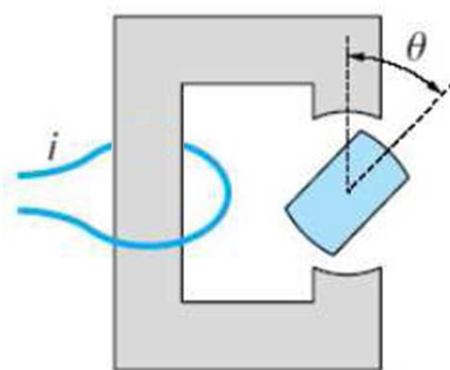


Figura 1 - Estrutura elementar de uma MRV.

Essa estrutura é composta de duas partes: a parte grande em forma de C, fixa, representando o estator, e a parte menor dentro dela, que pode girar em torno de seu próprio centro, representando o rotor. Um fio, que representa uma bobina, é enrolado na estrutura da parte fixa conforme mostrado na figura. Consideramos que a parte móvel está em uma posição onde ela não está alinhada com os pólos da parte fixa, ou seja, uma posição onde $\theta \neq 0$. Quando uma corrente i circula no fio ela cria um campo magnético em torno dele, causando o aparecimento de um fluxo magnético na parte fixa. A parte móvel então é atraída pelos pólos da parte fixa, de modo a colocar-se em uma posição onde o caminho do fluxo magnético é minimizado (relutância mínima), ou seja, onde $\theta = 0$, como ilustra a figura 2.

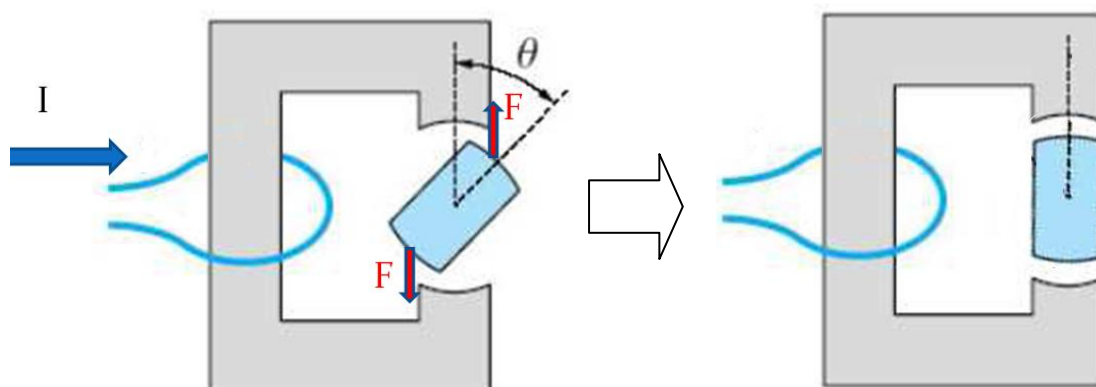


Figura 2 - Princípio de funcionamento de uma MRV.

Isso ocorre porque quando a relutância do circuito é mínima, a energia também o é. Como qualquer outro sistema, o circuito magnético busca a condição de mínima energia, causando o movimento de rotação do rotor. Este movimento de rotação é a base do funcionamento das MRVs.

Evidentemente, essa estrutura básica não permite a realização de uma rotação completa, pois na posição $\theta = 0$ a relutância é mínima e por isso o rotor tende a ficar indefinidamente nessa posição, independentemente de haver ou não corrente passando pelo fio. Se, no entanto, a estrutura fixa for repetida periodicamente, com bobinas diferentes, pode-se criar rotação em qualquer posição θ alimentando a bobina correta a cada instante. É por essa razão que uma MRV apresenta vários pólos e várias bobinas. A estrutura da MRV trifásica (3 bobinas - A, B e C) mais simples (1 par de pólos por fase) é mostrada na figura 3. O apóstrofe indica uma inversão no sentido da corrente (pra dentro / pra fora do plano do papel).

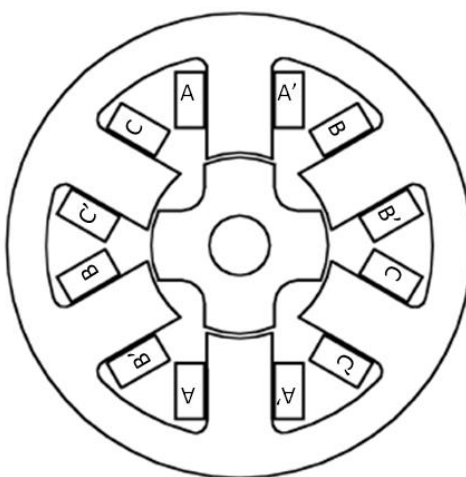


Figura 3 - Estrutura de uma MRV trifásica completa.

2.1.2 COMPONENTES DE UMA MRV

A MRV é possivelmente a mais simples das máquinas elétricas no que diz respeito à estrutura, ou seja, sem considerar o acionamento. Ela é formada por três componentes simples:

- um estator, fixo, constituído por uma pilha de chapas laminadas, com pólos salientes (também chamados de dentes);
- um rotor, móvel, também constituído por uma pilha de chapas laminadas, com pólos salientes;
- alguns fios enrolados que formam bobinas em torno dos pólos do estator.

O rotor das MRVs não possui nem ímãs, nem bobinas, ou seja, é o mais simples que pode existir. Já o estator apresenta apenas bobinas, sendo que os pólos diametralmente opostos compartilham a mesma bobina, pois pertencem à mesma fase. Muitas das qualidades das MRVs originam-se dessa sua extrema simplicidade.

O material das chapas que formam o rotor e o estator é ferromagnético, geralmente ferro-silício. As bobinas por sua vez são normalmente constituídas de cobre. A figura 4 ilustra os componentes de uma MRV duplamente saliente acima descritos.

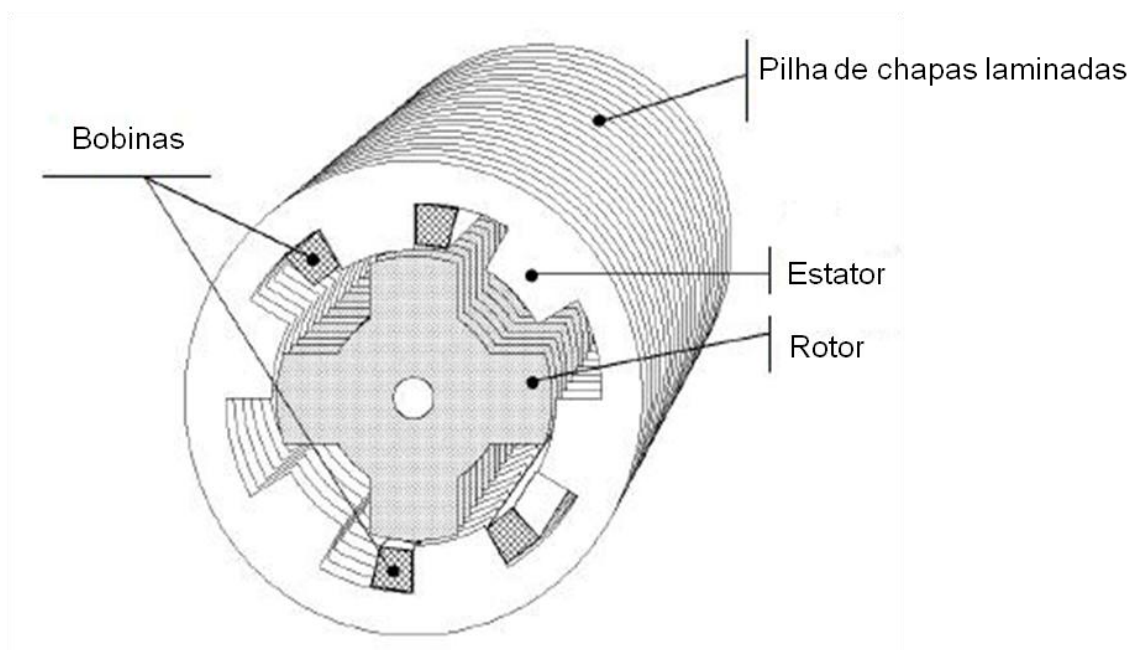
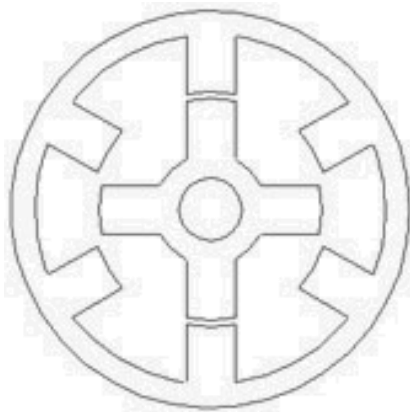


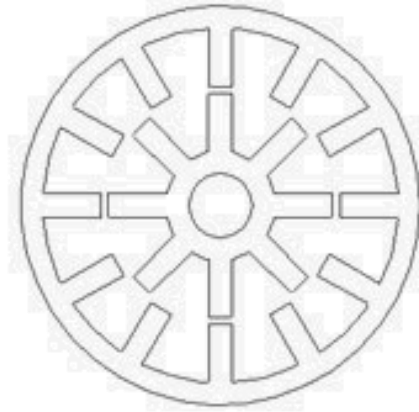
Figura 4 - Componentes de uma MRV duplamente saliente.

2.1.3 PRINCIPAIS CATEGORIAS DE MRVs

As MRVs podem ser classificadas de acordo com vários critérios. Conforme o que foi explicado na introdução, esse trabalho trata de MRVs duplamente salientes e trifásicas. Dentro dessa categoria, as máquinas podem ainda ser classificadas pela razão entre o número de dentes do estator N_s e o número de dentes do rotor N_r , sendo chamadas de máquinas N_r/N_s . Essa nomenclatura será utilizada no restante do documento. Dentre as máquinas trifásicas, as máquinas mais utilizadas são as que apresentam uma razão N_r/N_s de 3/2 (6/4, 12/8, 18/12, etc.). A figura 5 ilustra duas dessas máquinas.



(a) Máquina 6/4



(b) Máquina 12/8

Figura 5 - Exemplos de MRVs.

2.2 O TORQUE NAS MÁQUINAS DE RELUTÂNCIA VARIÁVEL

O princípio de funcionamento da MRV foi detalhado na seção 2.1.1, assim como a estrutura básica para se obter torque em todas as posições do rotor. Essa seção explora mais profundamente o torque nas MRVs e deduz as equações fundamentais para o seu cálculo.

Por uma análise de energias, obtém-se a seguinte equação para o torque instantâneo monofásico de uma MRV [1]:

$$T(\theta, i) = \left. \frac{\partial W'_m(\theta, i)}{\partial \theta} \right|_{i=cte} \quad (2.1)$$

onde W'_m é a coenergia magnética, θ é o ângulo entre o rotor e o estator e i é a corrente, mantida constante na derivação. A partir dessa equação, a MRV pode ser estudada tanto com uma análise linear como não-linear. Apesar das MRVs normalmente operarem em regime muito saturado, que demanda uma análise não-linear, a análise linear é muito útil para compreender os conceitos principais presentes na produção de torque por uma MRV.

Em regime linear, a energia e a coenergia magnética coincidem para qualquer posição θ do rotor, sendo expressadas em função da indutância L do circuito:

$$W'_m = W_m = \frac{1}{2} L(\theta) i^2 \quad (2.2)$$

A figura 6 ilustra essa igualdade em um diagrama $\lambda \times i$, onde λ é o fluxo concatenado (número de espiras $\times$ fluxo magnético ϕ em cada espira). Para qualquer valor de θ , a curva é uma linha reta cuja inclinação é igual à indutância L daquela posição.

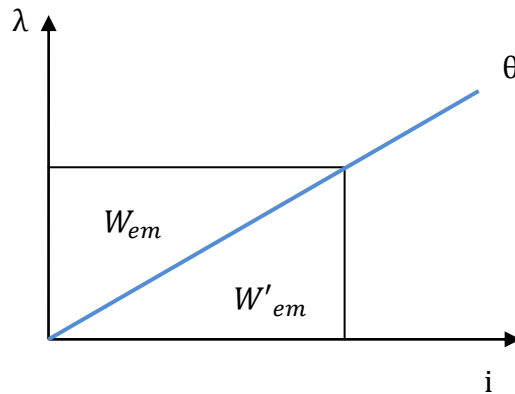


Figura 6 - Energia e coenergia magnética - caso linear.

Substituindo a eq. 2.2 na eq. 2.1, o torque T é obtido como:

$$T(\theta, i) = \frac{1}{2} \frac{dL(\theta)}{d\theta} i^2 \quad (2.3)$$

Observa-se na equação 2.3 que o torque na MRV é proporcional ao quadrado da corrente i , e portanto independe da sua direção ($+i$ ou $-i$). Logo, para acionar uma MRV, é necessário somente corrente em um sentido. Além disso, devido a essa dependência quadrática, o torque inicial já é bastante elevado, uma das características atraentes desse tipo de máquina.

O funcionamento como motor ou gerador também pode ser analisado através da equação 2.3. O sinal do torque é determinado pela derivada da indutância. Assim, se as bobinas forem alimentadas quando a indutância está aumentando o torque será positivo, e se elas forem alimentadas quando a indutância está diminuindo o torque será negativo. Quando a indutância não varia, não há nenhuma produção de torque. É por esse motivo que as várias fases de uma MRV devem ser ligadas e desligadas alternadamente durante o seu funcionamento, mantendo-se as bobinas alimentadas somente quando a derivada da indutância está aumentando para aquela fase (para o modo motor). Além disso, nota-se que o sentido de rotação de uma MRV é determinado apenas pela seqüência de acionamento das fases. A figura 7 mostra a variação da indutância de uma fase em função de θ .

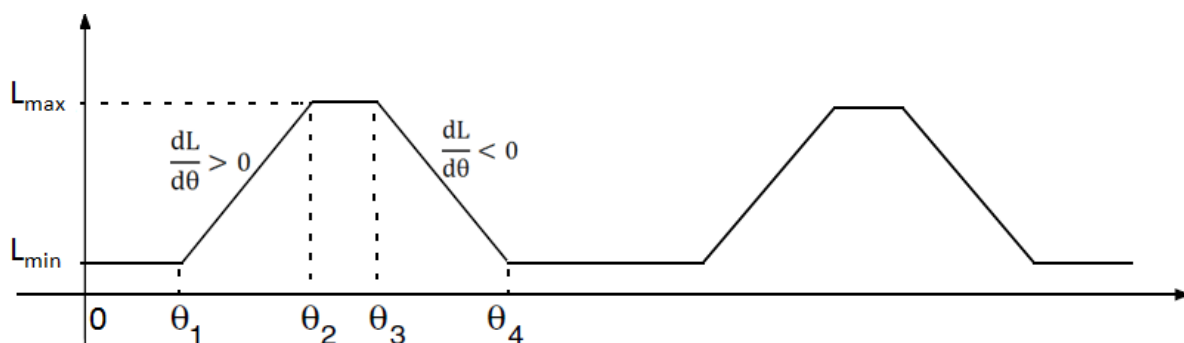


Figura 7 - Variação da indutância em função de θ .

Nessa figura, destacam-se quatro regiões distintas:

- de 0 a θ_1 , não há sobreposição entre os dentes do rotor e do estator, e portanto a indutância é mínima, $L_{\min}$. Não há produção de torque;
- de θ_1 a θ_2 , os dentes estão parcialmente sobrepostos. Em θ_1 começam a se sobrepor e em θ_2 tornam-se totalmente sobrepostos. A indutância varia linearmente do valor mínimo $L_{\min}$ para o valor máximo $L_{\max}$. Torque positivo é gerado se a fase estiver alimentada;
- de θ_2 a θ_3 , os dentes estão completamente sobrepostos, devido à diferença de largura entre eles. A indutância permanece constante em seu valor máximo $L_{\max}$ nesse intervalo. Não há produção de torque;
- de θ_3 a θ_4 , os dentes estão parcialmente sobrepostos. Em θ_3 começam a se distanciar e em θ_4 tornam-se totalmente separados. A indutância varia

linearmente do valor máximo $L_{\max}$ para o valor mínimo $L_{\min}$. Torque negativo é gerado se a fase estiver alimentada.

As duas fases que não geram torque são importantes pois são usadas para a comutação da corrente, visto que em um circuito real a corrente não pode variar instantaneamente. A corrente varia de zero ao valor desejado de 0 a θ_1 e depois retorna a zero de θ_2 a θ_3 .

Em uma volta completa do rotor, duas posições se destacam: aquela onde os dentes do rotor e do estator estão alinhados (chamada posição de conjunção) e aquela onde eles estão completamente desalinhados (chamada posição de oposição). A figura 8 ilustra essas posições:

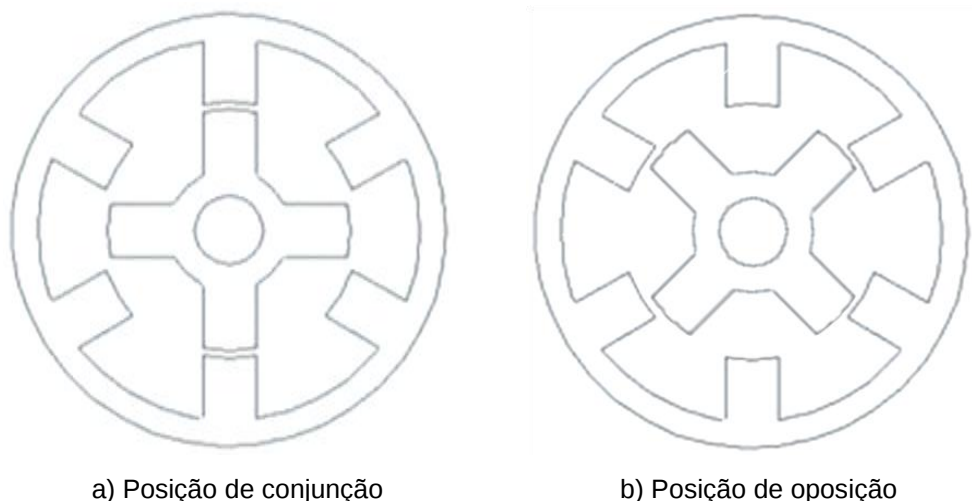


Figura 8 - Posições notáveis do rotor para o torque.

O valor da indutância de conjunção e de oposição influi diretamente no torque. Quanto maior a diferença entre os valores da indutância nessas duas posições, maior será a variação da indutância durante o movimento e, portanto, o torque gerado também será maior.

A figura 9 mostra uma curva semelhante à da figura 7 para uma dada máquina, mas com as três fases representadas. A linha tracejada mostra a derivada da indutância.

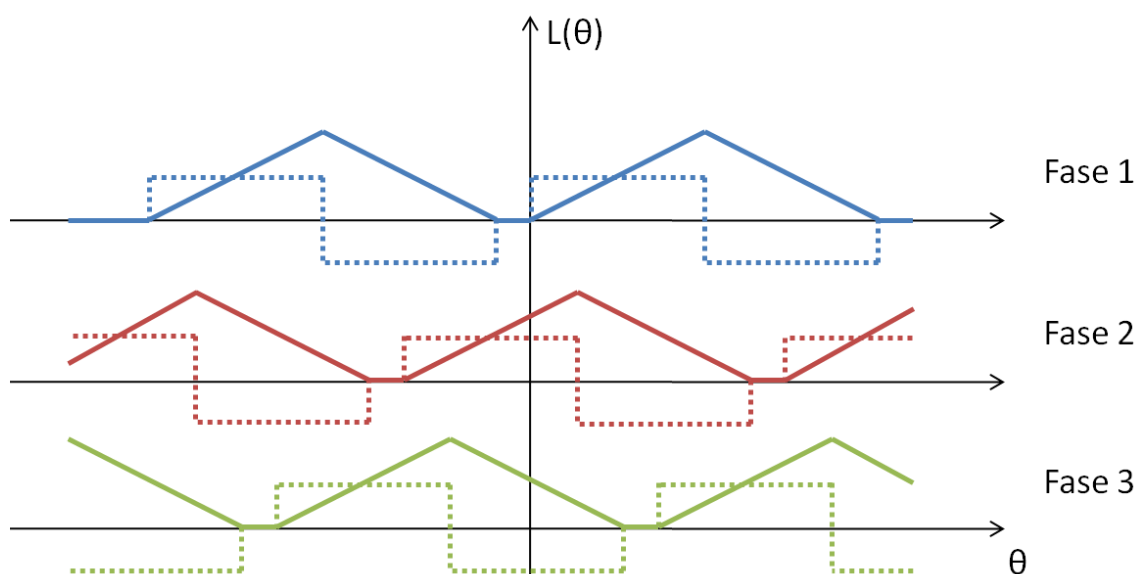


Figura 9 - Variação da indutância em função de θ para as 3 fases de uma MRV.

A superposição das curvas de torque das três fases e o torque total resultante são mostrados na figura 10 [1]. Nota-se uma oscilação no torque total, que pode se tornar uma fonte de vibração e conseqüentemente de ruído. Entretanto, essa oscilação pode ser eliminada fazendo um controle correto dos ângulos de ativação e desativação de cada fase [7].

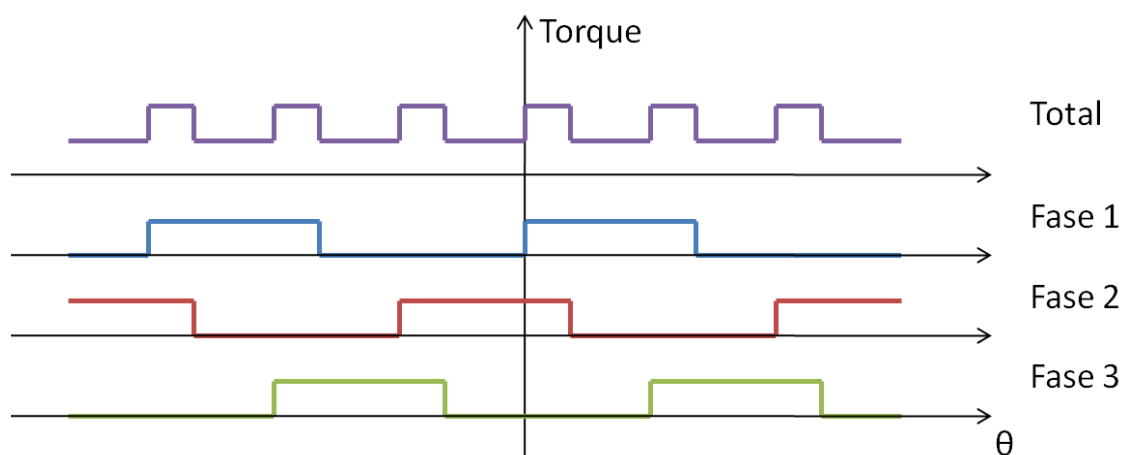


Figura 10 - Curvas de torque superpostas para uma MRV trifásica e torque total resultante.

2.3 A SATURAÇÃO NAS MÁQUINAS DE RELUTÂNCIA VARIÁVEL

Como foi dito anteriormente, a maioria das MRVs trabalha em regime fortemente não-linear, ou seja, com o material magnético em saturação. Nesse caso, a

equação 2.1 continua correta, mas a 2.2 deixa de ser válida. A figura 11 mostra o mesmo diagrama $\lambda \times i$ da figura 6, mas agora considerando a saturação.

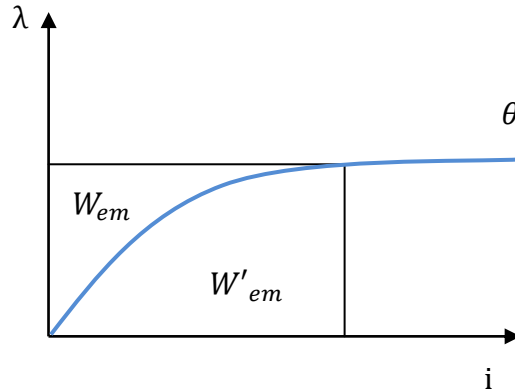


Figura 11 - Energia e coenergia magnética - caso não-linear.

Nota-se que para valores baixos da corrente i a máquina se comporta de forma linear. À medida que a corrente aumenta os efeitos da saturação começam a aparecer e a relação entre λ e i deixa de ser linear, impondo uma limitação ao aumento do fluxo concatenado.

Para a análise da MRV em regime não linear, é necessário utilizar um modelo de material magnético que leve em conta a saturação. Ao invés de utilizar-se uma relação do tipo $B = \mu \cdot H$ para descrever o material, onde B é a densidade de fluxo magnético, H a intensidade do campo magnético e μ a permeabilidade magnética do material, considerada constante, utiliza-se uma relação do tipo $B = \mu(H) \cdot H$. Existem várias formulações matemáticas dessa forma para representar esse comportamento não-linear. A formulação utilizada para o material em questão (Ferro-Silício) na análise por elementos finitos descrita no capítulo 3 é a seguinte [12]:

$$B(H) = \mu(H)H \quad (2.4)$$

$$\mu(H) = \mu_0 \left(1 + \frac{2 B_{\text{sat}}}{\mu_0 H \pi} \arctan \left[\frac{\pi}{2} (\mu_{\text{rmax}} - 1) \frac{\mu_0 H}{B_{\text{sat}}} \right] \right) \quad (2.5)$$

com densidade de fluxo na saturação $B_{\text{sat}} = 1,8 \text{ T}$, permeabilidade magnética do vácuo $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ e permeabilidade magnética relativa $\mu_{\text{rmax}} = 10000$. A figura 12 mostra a curva gerada por essa formulação.

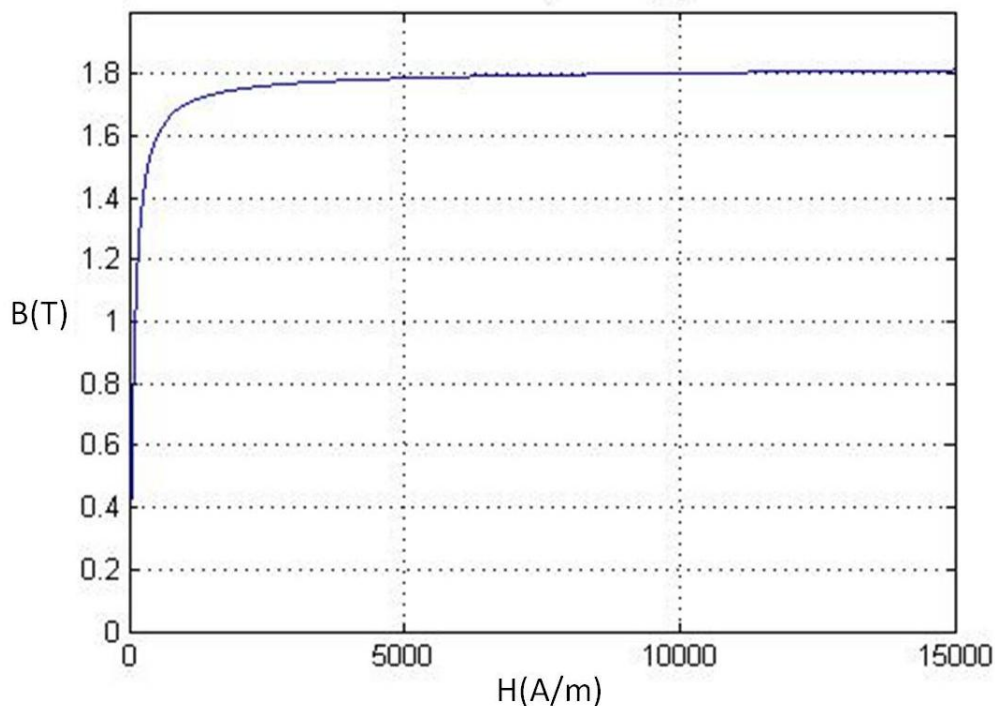


Figura 12 - Curva B-H para o modelo de material com saturação.

2.4 O RUÍDO NAS MÁQUINAS DE RELUTÂNCIA VARIÁVEL

O forte ruído acústico é indicado como um dos principais defeitos das máquinas de relutância variável. Após os avanços no campo da eletrônica de potência, que resolveram o principal entrave para o uso destas máquinas (a necessidade de dispositivos de controle sofisticados), as atenções se voltaram para o estudo das origens do ruído e de métodos para minimizá-lo.

2.4.1 A ORIGEM DO RUÍDO

De modo geral podemos dividir o ruído de qualquer máquina elétrica em quatro grandes categorias de acordo com sua origem: ruído magnético, ruído mecânico, ruído aerodinâmico e ruído eletrônico [3,8,9].

O ruído magnético é gerado por forças magnéticas que ocorrem na estrutura da máquina.

O ruído mecânico é gerado pelo atrito entre as peças internas da máquina, por problemas de balanceamento do rotor, por falhas em mancais e rolamentos, etc.

O ruído aerodinâmico é gerado pelo movimento do ar na máquina (ou dos componentes da máquina imersos no ar) ou então por eventuais mecanismos de refrigeração da máquina (sistemas que utilizam ar ou água, por exemplo).

O ruído eletrônico é gerado por harmônicos presentes na tensão e na corrente que alimentam a máquina.

Entre essas categorias, o ruído mais significativo é o de origem magnética. Quando o fluxo magnético passa pelo entreferro da máquina, ele produz forças radiais e tangenciais que causam vibração dos componentes (notadamente do rotor e do estator) e conseqüentemente geram ruído.

Vários estudos têm mostrado que o rotor é menos importante na geração de ruído, por causa de algumas características, por exemplo [3]:

- Sua primeira frequência de ressonância, que é consideravelmente maior do que a do estator (cerca de 40 kHz para uma MRV típica);
- Sua superfície de radiação, que é menor;
- O fato de que o ar que é movimentado pela vibração do rotor permanece confinado na máquina.

Para o estator, as características encontradas são justamente o oposto das do rotor: Ele apresenta frequências de ressonância significativamente menores, uma superfície de radiação muito maior, assim como uma massa de ar susceptível a transmitir as ondas sonoras muito mais importante.

Diversos estudos e ensaios tem mostrado que as frequências dominantes do ruído emitido pelas MRVs estão próximas das frequências de ressonância do estator, e também que existe uma forte correlação entre as vibrações do estator e a pressão sonora medida sobre a máquina [3,8].

De acordo com tudo que foi exposto nessa seção, as deformações periódicas do estator originárias das forças magnéticas ligadas ao funcionamento da máquina são a maior fonte de ruído nas MRVs. Esse estudo se limita portanto a essa fonte de ruído em sua continuação.

2.4.2 TÉCNICAS PARA REDUZIR O RUÍDO DAS MRVs

Existem técnicas para se reduzir o ruído das MRVs mais ou menos "empíricas", ou seja, originárias da experiência e da prática. Como exemplos podemos citar [3,8]:

- o arredondamento das pontas dos dentes do rotor: a pressão magnética normal em um dente é maior nas extremidades. O arredondamento e a conseqüente redução das extremidades diminui a concentração de pressão nesses pontos;
- o arredondamento das junções entre os dentes do estator e do aro: proporciona uma melhor circulação de ar na máquina;
- a definição de tolerâncias muito pequenas para a fabricação do estator e rotor: quanto mais precisos os componentes, menos esforços não-uniformes aparecem sobre a estrutura.

Estas técnicas podem ser aplicadas a qualquer configuração de máquina depois da determinação da geometria e por isso não serão levadas em conta no processo de otimização realizado nesse trabalho. A figura 13 ilustra os efeitos destas técnicas na forma final da máquina.

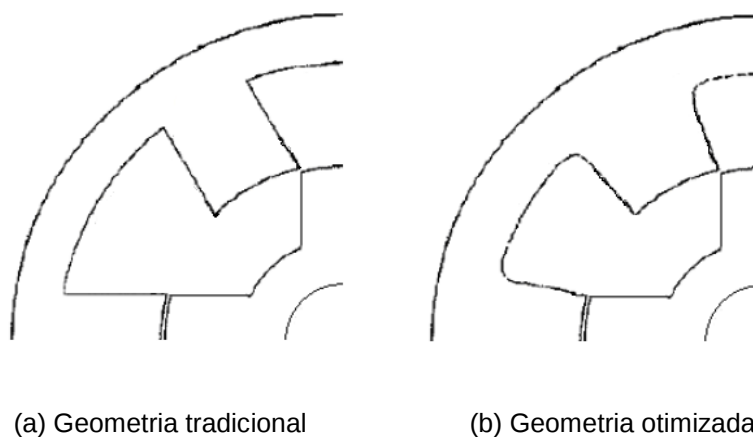


Figura 13 - Alterações comuns na geometria das MRVs para diminuir o ruído.

3 ANÁLISE DA MRV PELO MEF COM O ANSYS

3.1 INTRODUÇÃO

O método dos elementos finitos (MEF) é uma técnica numérica para encontrar soluções aproximadas de equações diferenciais parciais, bem como de equações integrais. Ele permite simular com precisão e rapidez problemas complicados oriundos de diversos campos, como mecânica estrutural, acústica, termodinâmica, aerodinâmica, eletromagnetismo, meteorologia, apenas para citar alguns exemplos. Uma simulação com o MEF permite obter uma quantidade valiosa de informações sobre o problema tratado. Existem vários programas comerciais que permitem realizar análises pelo método dos elementos finitos, como por exemplo ABAQUS, ADINA, ANSYS, MSC/NASTRAN, etc. O MEF é uma ferramenta poderosa que tem sido aplicada extensivamente na indústria, tornando os projetos de engenharia mais rápidos, baratos e precisos.

Considerando os benefícios citados acima, o MEF foi implementado para a análise da MRV, com as seguintes finalidades:

- fornecer o torque da máquina para qualquer posição do rotor;
- fornecer uma visualização das linhas de fluxo eletromagnético e da distribuição da força eletromagnética sobre a máquina, para melhor compreensão do problema;
- realizar uma análise modal do estator para visualizar os modos de vibrar e identificar as frequências de ressonância que se localizam na faixa audível de som;
- permitir a implementação da otimização topológica, uma vez que esse método necessita um modelo discretizado do objeto em estudo;
- verificar os resultados obtidos com o método de otimização.

Para a implementação, foi escolhido o programa comercial ANSYS, versão 11. Desenvolvido pela empresa ANSYS Inc., uma das pioneiras no ramo, fundada em 1970, o ANSYS é um dos programas mais utilizados na indústria em nível mundial. Além disso, é muito usado para fins educacionais em versões limitadas distribuídas

gratuitamente. A experiência pessoal prévia de utilização desse software também influenciou na sua escolha.

O ANSYS, assim como vários outros programas de engenharia, pode ser utilizado de duas formas: a partir de comandos selecionados utilizando sua interface gráfica ou através de códigos (arquivos *.mac*) contendo comandos em forma de texto, executados em linha de comando. Para o desenvolvimento da nossa análise, foi escolhida a segunda opção, pois ela permite a automatização das tarefas, sendo o código criado de forma semelhante à criação de um programa em linguagem C ou de um código MATLAB (arquivo *.m*) por exemplo. A linguagem de programação usada é chamada APDL (ANSYS Parametric Design Language). Nela, além de acessar todas as funções voltadas para o MEF, é possível criar variáveis, atribuir valores, fazer comparações, criar laços do tipo “if - then - else”, “for” ou “while”, dentre outras funcionalidades comuns de uma linguagem de programação seqüencial. O código foi escrito de forma a funcionar com qualquer configuração de MRV, de topologia 6/4, 12/8 ou 18/12.

3.2 ETAPAS DA ANÁLISE

Uma análise usando o MEF pode ser dividida em três grandes etapas: pré-processamento, solução e pós-processamento. A etapa que mais demanda trabalho na criação de uma simulação normalmente é o pré-processamento, pois é nessa etapa que o problema é formulado em todos os seus detalhes: os elementos são escolhidos, as propriedades dos materiais são definidas, os componentes são criados, as cargas e condições de contorno são aplicadas e a malha de elementos finitos é criada. Uma vez o problema definido, a solução é gerada automaticamente pelo software comercial. A etapa de pós-processamento consiste da análise dos resultados e coleta das informações de interesse, e pode ser mais ou menos complicada dependendo da aplicação tratada.

3.3 CRIAÇÃO DA GEOMETRIA DA MÁQUINA

O tipo de elemento usado para constituir a máquina é o PLANE13. Trata-se de um elemento de 4 nós com até quatro graus de liberdade por nó, que tem a capacidade de representar campos 2-D de natureza magnética, térmica, elétrica, piezoelétrica e estrutural, com acoplamento limitado entre os campos. Uma característica

imprescindível desse elemento para sua utilização na modelagem de MRVs é o fato de ele ter capacidade magnética não-linear, para modelar curvas B-H. Como as MRVs operam normalmente em regime fortemente não-linear, essa é uma característica fundamental. A curva B-H definida pela equação 2.5 foi inserida utilizando-se uma tabela com 20 pontos de amostra.

O código criado lê um arquivo de texto chamado *dimMaq.mac*, localizado no mesmo diretório de execução, que contém todas as dimensões que definem a geometria de uma MRV típica, a saber:

- Rexts - raio externo do estator;
- Rints - raio interno do estator;
- Lds - largura do dente do estator;
- Hds - altura do dente do estator;
- g - espessura do entreferro;
- Rextr - raio externo do rotor;
- Rintr - raio interno do rotor;
- Ldr - largura do dente do rotor;
- Hdr - altura do dente do rotor;
- Lbob - largura das bobinas;
- Hbob - altura das bobinas;
- pvb - posição vertical das bobinas;
- J - densidade de corrente nas bobinas;
- L - comprimento da máquina na direção axial;

Com esses parâmetros definidos, a máquina pode ser completamente desenhada. O rotor e o estator da máquina são desenhados de forma semelhante, utilizando-se apenas círculos e retângulos e realizando-se rotações e operações booleanas entre esses elementos. As bobinas são desenhadas simplesmente como retângulos. Um detalhe importante consiste em dividir o entreferro ao meio em duas regiões concêntricas. O motivo dessa divisão será abordado na descrição da malhagem da estrutura, seção 3.4. A figura 14 ilustra o desenho final de uma máquina 6/4 realizado automaticamente pelo código, mostrando no detalhe a divisão do entreferro em duas metades.

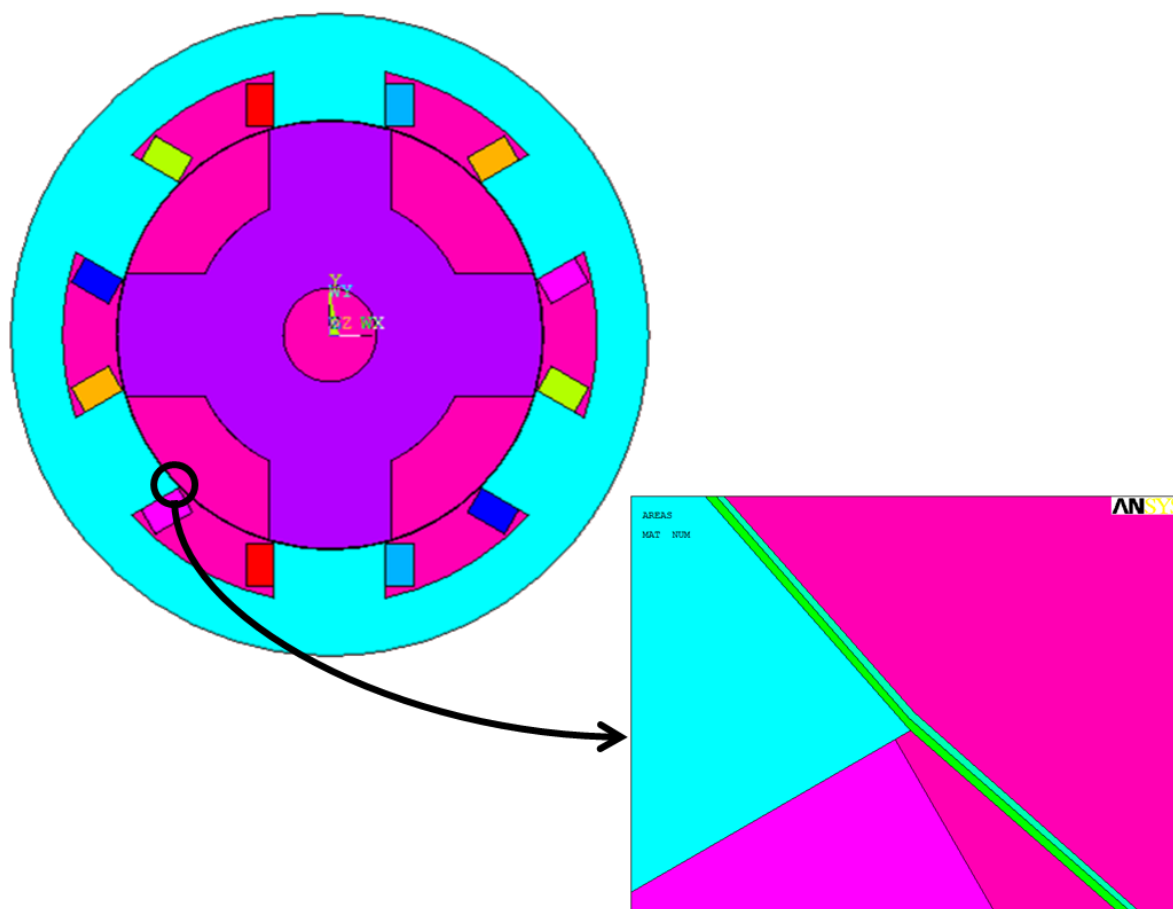


Figura 14 - Geometria de uma MRV 6/4 gerada pelo código de MEF criado com detalhe da divisão do entreferro.

Terminada a construção da geometria, os materiais são atribuídos às diferentes partes: material magnético não-linear para o rotor e o estator e material de permeabilidade igual à do ar para as demais partes.

O carregamento consiste apenas em atribuir a densidade de corrente J às bobinas, observando o sentido para bobinas opostas do mesmo pólo. Como nas MRVs não há acoplamento magnético importante entre as fases [2,7], a análise é realizada alimentando-se apenas uma fase, e estendendo os resultados para as outras fases posteriormente.

A única condição de contorno presente é a condição de vetor potencial magnético $A_z = 0$ na superfície exterior da máquina [13]. O vetor potencial magnético será introduzido na seção 3.5.

Apesar da evidente simetria da máquina, optou-se por modelar a máquina inteira no cálculo do torque pela maior facilidade de construção da máquina (composição de

círculos e retângulos, como já foi dito) e de visualização dos fenômenos e resultados, além de eliminar a necessidade de condições de contorno adicionais oriundas da simetria. Caso após a conclusão da análise o custo computacional tivesse sido avaliado muito alto, esse ponto poderia ter sido revisto.

3.4 CRIAÇÃO DA MALHA DE ELEMENTOS FINITOS

Uma vez a geometria, o carregamento e as condições de contorno definidas, o passo seguinte é a criação da malha de elementos finitos.

A malhagem da máquina toda é realizada de forma automática, usando elementos triangulares 2D, com seis divisões por linha, com a opção “free meshing”, exceto para o entreferro.

Existem diversas técnicas para se realizar a malhagem do entreferro. A técnica escolhida é uma técnica muito interessante utilizada em [12], que consiste em dividir o entreferro ao meio, criando duas partes distintas (dois meio-entreferos). O meio-entreferro mais exterior é solidário ao estator, enquanto que o mais interior é solidário ao rotor. A razão para essa divisão é a seguinte: como já foi dito, o torque em uma MRV varia em função da posição angular θ entre o rotor e o estator. Dessa forma, para se obter a curva de torque da máquina é necessário calcular a solução para diversas posições angulares em um laço *for*, e depois interpolar os dados. Se o entreferro fosse modelado como uma única região, seria necessário refazer a malha de elementos finitos a cada incremento do ângulo θ , consumindo muitos recursos computacionais. Ao invés disso, com dois meio-entreferos, para mudar a posição do rotor em relação ao estator basta rotacionar a malha do rotor em relação à do estator. Para que isso seja possível, é necessário criar a malha em cada meio-entreferro com um mesmo número de elementos. Feito isso, pode-se rotacionar o rotor simplesmente desatando-se os nós na linha média que une os dois meio-entreferos, rotacionando-se a malha do rotor e reatando-se os nós na nova posição. A figura 15 ilustra esse processo para um pequeno trecho do entreferro.

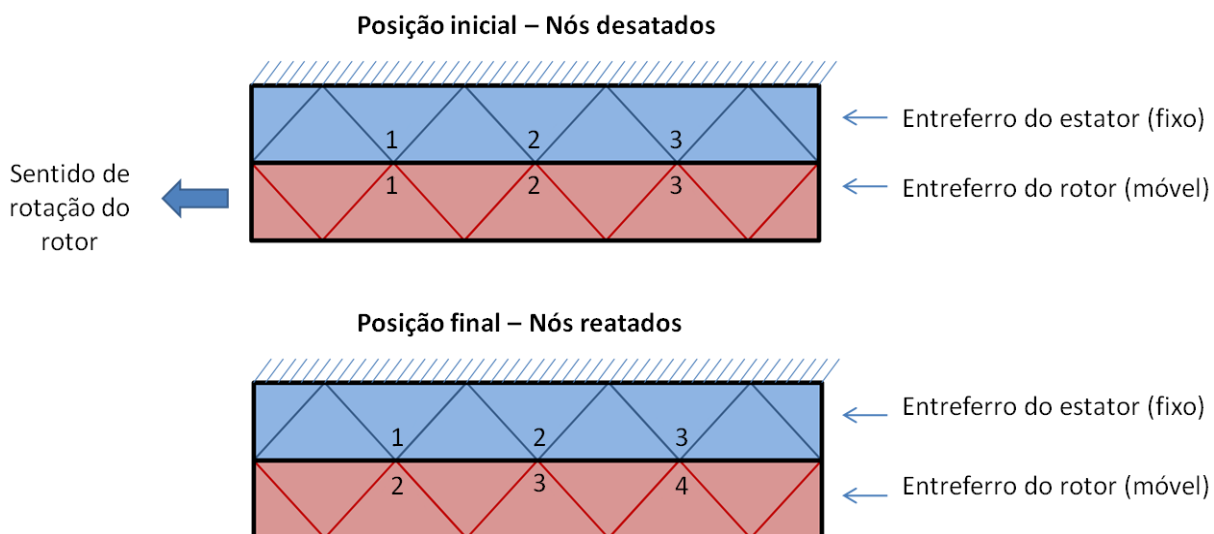


Figura 15 - Processo de rotação da malha do rotor implementado no código de MEF.

Evidentemente, o número de elementos em cada entreferro determina o passo mínimo de rotação. No código criado, o número de elementos escolhido para a divisão do entreferro foi 720, que permite uma rotação do rotor com incrementos de $0,5^\circ$. A figura 16 mostra a malha gerada para a mesma máquina 6/4 da figura anterior, com a malha do entreferro no detalhe. No total foram usados 18710 elementos triangulares.

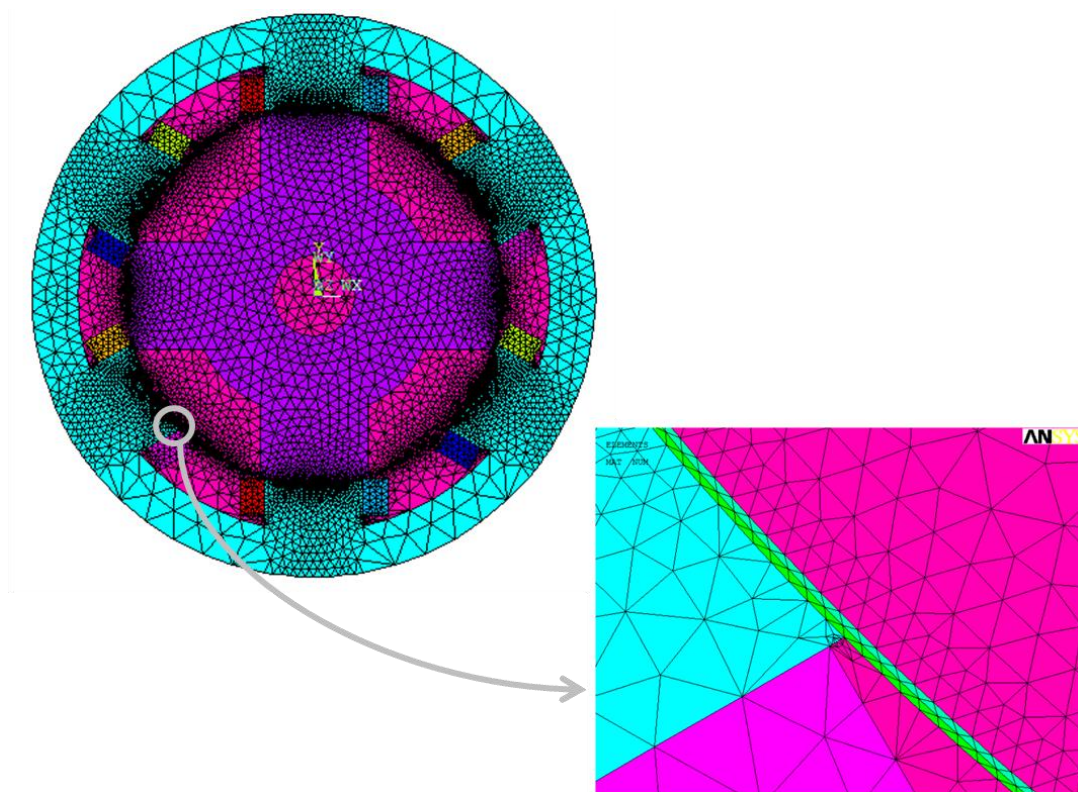


Figura 16 - Malha de elementos finitos de uma MRV 6/4 gerada pelo código de MEF com detalhe da divisão do entreferro.

3.5 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA MAGNÉTICO E SOLUÇÃO

A análise eletromagnética se aplica diferentemente de acordo com o tipo de problema. Basicamente, os sistemas eletromagnéticos podem ser divididos entre sistemas de alta frequência, como antenas e cavidades ressonantes, e de baixa frequência, como motores elétricos e cabeças de gravação. O problema tratado pertence ao segundo grupo. Mais ainda, o problema eletromagnético que estamos tratando pertence ao campo da magnetostática [10], onde cargas em movimento (ou seja, corrente elétrica) geram um campo magnético, e o objetivo é calcular esse campo gerado. Como informação, a magnetodinâmica lida com correntes induzidas por campos magnéticos variáveis no tempo, que não é o nosso caso.

As equações que governam os fenômenos eletromagnéticos são as famosas equações de Maxwell, estabelecidas no séc. XIX. São elas:

Lei de Gauss:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v \quad (3.1)$$

onde $\mathbf{D}$ é o vetor densidade superficial de campo elétrico e ρ_v é a densidade volumétrica de carga elétrica. Descreve como um campo elétrico é gerado por cargas elétricas. Relaciona o fluxo elétrico através de uma superfície fechada com as cargas no seu interior.

Lei de Gauss para o magnetismo:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.2)$$

onde $\mathbf{B}$ é o vetor densidade superficial de fluxo magnético. Afirma que não existem monopólos magnéticos, pois o fluxo magnético através de qualquer superfície fechada é sempre zero.

Lei de Faraday:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.3)$$

onde $\mathbf{E}$ é o vetor intensidade de campo magnético. Descreve como um campo magnético variável no tempo cria (induz) um campo elétrico.

Lei de Ampère:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (3.4)$$

Onde $\mathbf{H}$ é o vetor intensidade de campo magnético e $\mathbf{J}$ é o vetor densidade superficial de corrente elétrica. Afirma que campos magnéticos podem ser gerados de duas formas: por uma corrente elétrica ou por um campo elétrico variando no tempo.

Além disso, três relações constitutivas são utilizadas:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \cdot \mathbf{E} \quad (3.5)$$

$$\mathbf{B} = \mu \cdot \mathbf{H} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \cdot \mathbf{E} \quad (3.7)$$

onde ε é a constante dielétrica, μ é a permeabilidade magnética e σ é a condutividade elétrica.

Do fato de que em magnetostática nenhuma grandeza varia no tempo (ou seja, qualquer derivada temporal é zero), as equações de Maxwell apresentadas acima se simplificam, desacoplando o campo magnético do campo elétrico. As equações resultantes para o campo magnético são:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.8)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (3.9)$$

Esse sistema de duas equações diferenciais parciais de 1ª ordem é resolvido transformando-o em uma equação diferencial de 2ª ordem, usando o método do potencial vetorial. Nesse método, o fluxo magnético $\mathbf{B}$ é representado como:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (3.10)$$

onde $\mathbf{A}$ é o potencial vetorial a ser encontrado.

Essa relação automaticamente satisfaz a equação 3.8, porque o gradiente do rotacional é sempre zero:

$$\nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) = 0 \quad (3.11)$$

Assim, das equações 3.6, 3. 9 e 3.10 ,obtém-se:

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) = \mathbf{J} \quad (3.12)$$

Resolvendo-se a equação 3.12, obtém-se $\mathbf{A}$, que substituído na equação 3.10 permite encontrar $\mathbf{B}$.

No caso de um problema 2D, temos que:

$$\mathbf{J} = J_z \mathbf{z} \quad (3.13)$$

Logo a equação 3.12 se reduz à equação escalar:

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) = J_z \quad (3.14)$$

Se μ é constante (material magnético linear), obtém-se ainda:

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} = -\mu \cdot J_z \quad (3.15)$$

A equação 3.14 (ou 3.15 no caso linear) é a equação a ser resolvida pelo MEF para obtenção da solução do problema. A obtenção de A_z permite a obtenção direta da densidade de fluxo magnético $\mathbf{B}$.

O comando MAGSOLV do ANSYS formula e resolve automaticamente o problema magnético acima descrito. A figura 17 mostra o resultado obtido para as linhas de fluxo magnético na máquina 6/4 das figuras anteriores, para 3 posições do rotor ($\theta = 0^\circ$, $\theta = 25^\circ$ e $\theta = 45^\circ$ respectivamente).

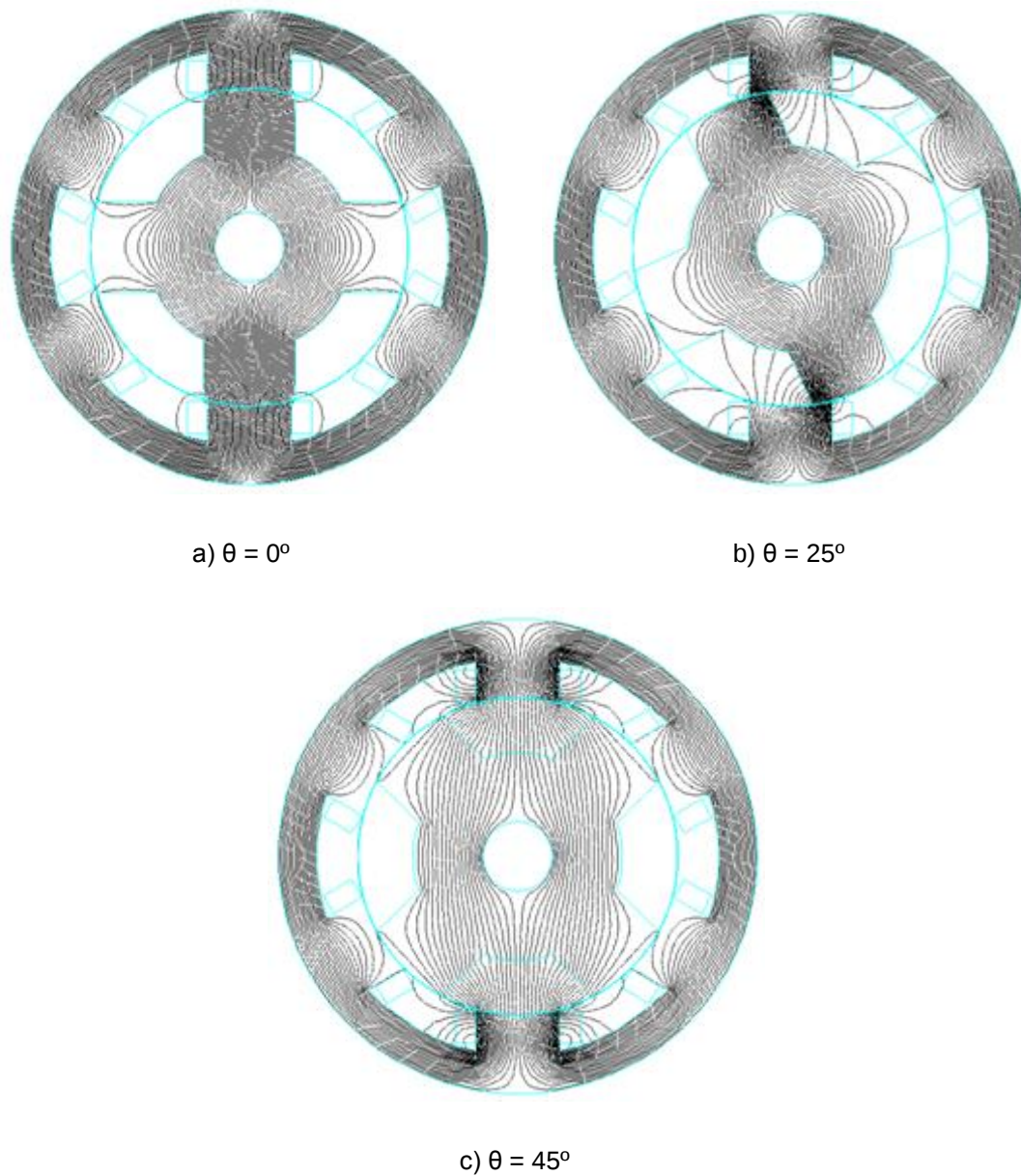


Figura 17 - Linhas de fluxo magnético obtidas para uma MRV 6/4 para três posições distintas do rotor.

3.6 CÁLCULO DO TORQUE

Uma vez resolvido o problema eletromagnético, o torque pode ser calculado de várias maneiras. Um dos métodos mais utilizados é o método do tensor de Maxwell. Pode-se mostrar que [10,13]:

$$f_v = \nabla \cdot \tau \quad (3.16)$$

onde f_v é a densidade de força por volume e τ é o tensor de Maxwell, dado por [10]:

$$\tau = \frac{1}{\mu_0} \begin{bmatrix} B_x^2 - \frac{1}{2}|B|^2 & B_x B_y & B_x B_z \\ B_y B_x & B_y^2 - \frac{1}{2}|B|^2 & B_y B_z \\ B_z B_x & B_z B_y & B_z^2 - \frac{1}{2}|B|^2 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

A força global é calculada integrando-se a densidade de força por volume f_v e aplicando-se o teorema do divergente:

$$F_{\text{total}} = \oint_A \tau \cdot dA \quad (3.18)$$

onde A é qualquer superfície fechada contornando o objeto.

O método do tensor de Maxwell é válido tanto para o caso linear como para o caso não-linear, bastando apenas utilizar a densidade de fluxo magnético B correspondente.

Esse cálculo pode ser feito automaticamente utilizando-se a função TORQC2D do ANSYS. Essa função calcula o torque em um corpo imerso em um campo magnético através de um caminho circular especificado, utilizando justamente o método do tensor de Maxwell. Para o caso da MRV, o corpo em questão é o rotor e o caminho circular é portanto definido como uma circunferência no nível médio do entreferro, como mostrado na figura 18 (a linha negra corresponde ao caminho de integração).

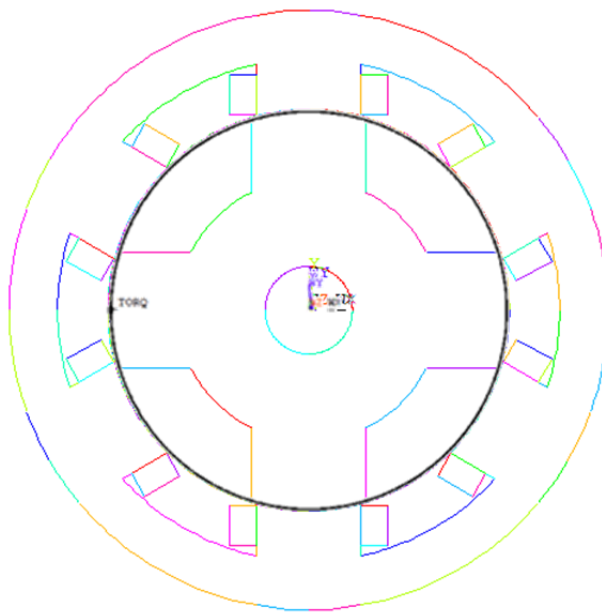


Figura 18 - Caminho de integração para cálculo do torque.

Como foi dito anteriormente, o torque em uma MRV varia em função da posição θ do rotor em relação ao estator. Por isso, para se calcular o torque médio da máquina em uma rotação completa é necessário repetir esse cálculo para diversas posições do rotor, e depois interpolar os dados. Isso é feito através de um laço *for*, variando θ de zero até $2\pi/2N_r$, graças à simetria do rotor e ao fato de o torque positivo ser gerado apenas quando o dente do rotor está se aproximando do rotor, conforme explicado na seção 2.2. A figura 19 mostra a curva de torque monofásico obtida para a máquina 6/4 das seções precedentes.

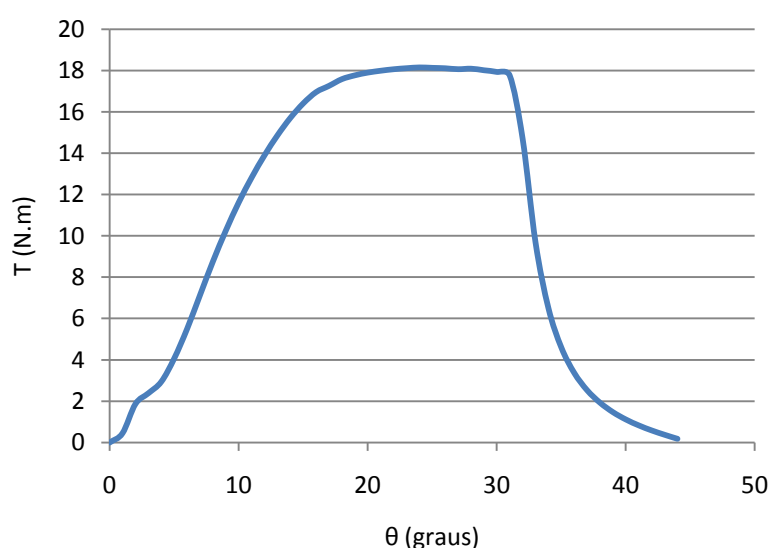


Figura 19 - Torque em função de θ para uma MRV 6/4 de 0° a 45° .

Nota-se que a forma da curva de torque difere daquela mostrada na figura 10, onde o torque teórico para cada fase tinha um perfil quadrado. Isso era entretanto esperado, dado que aquela figura mostra o torque sem considerar efeitos de saturação, ou seja, considerando o material magnético linear, enquanto que o código de MEF desenvolvido leva em conta a não-linearidade do material, como foi explicado na seção 3.3. Além disso, essa figura está de acordo com os perfis de torque de MRVs saturadas encontrados na literatura [1,6]. Para verificar que é realmente a saturação que causa a distorção na curva, a simulação foi refeita para a mesma máquina, mas dessa vez com uma corrente 10x menor. Conforme o que foi dito na seção 2.3 e mostrado na figura 11, para valores baixos de corrente a máquina tende a se comportar de forma linear. A figura 20 mostra a curva obtida nessa segunda simulação.

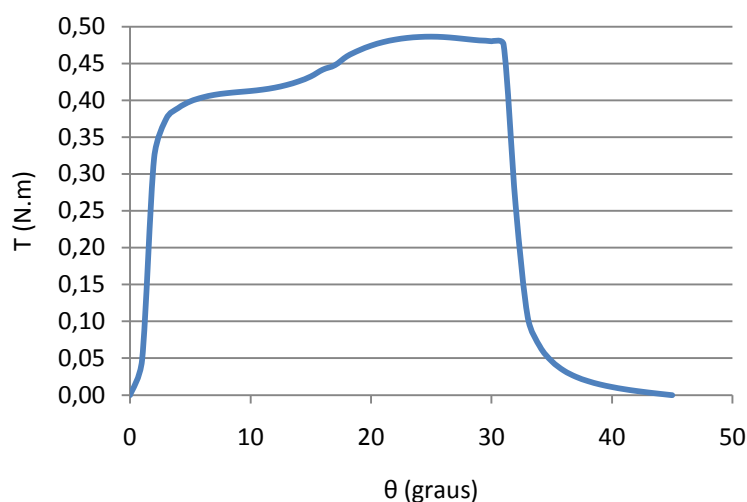


Figura 20 - Torque em função de θ para uma MRV 6/4 de 0° a 45° - corrente 10x menor.

Observa-se que efetivamente a curva de torque aproximou-se de um perfil quadrado, confirmando a hipótese de que a saturação é a causa da deformação da curva obtida anteriormente. Além disso, nota-se também uma diminuição acentuada do valor do torque, também esperada, uma vez que o mesmo é proporcional ao quadrado da corrente.

Finalmente, usou-se o resultado de torque monofásico para obter-se a curva de torque trifásico, bem como o valor do torque médio total da máquina. Como a única diferença entre as fases é a posição espacial, basta deslocar os dados de torque no eixo θ para obter os torques para as fases 2 e 3, e depois somá-los e extrair a média da soma. O valor de torque médio obtido para a máquina das seções precedentes foi 15,42 N.m. A figura 21 mostra o torque para as três fases e o torque total obtido.

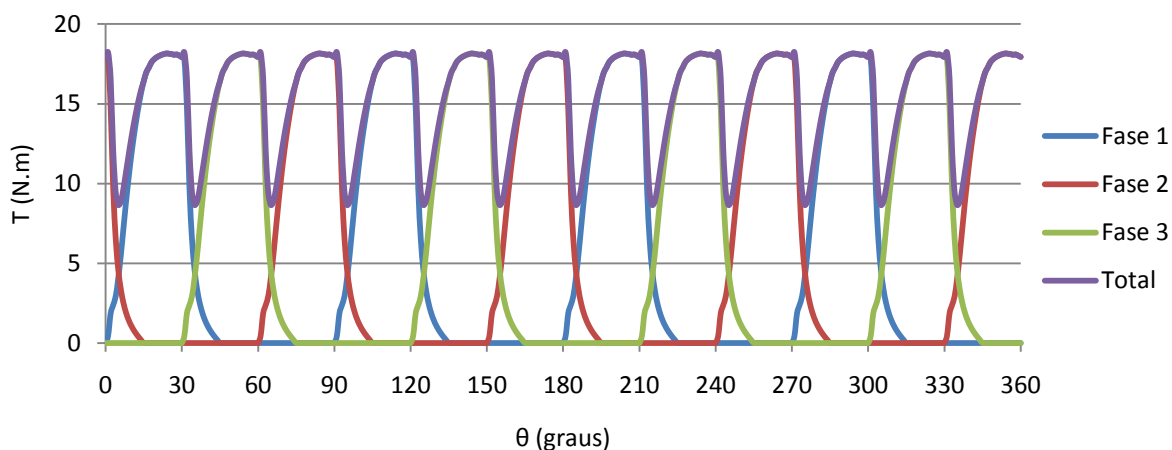


Figura 21 - Torque trifásico e torque total em função de θ .

3.7 FORÇAS MAGNÉTICAS NO ESTATOR

De acordo com o que foi dito na seção 2.4.1, as forças magnéticas no estator causam sua vibração e conseqüente ruído. A análise realizada com o MEF permite visualizar essas forças, mostradas na figura 22 para as mesmas 3 posições da figura 17. Esse resultado será usado como carregamento para a otimização acústica.

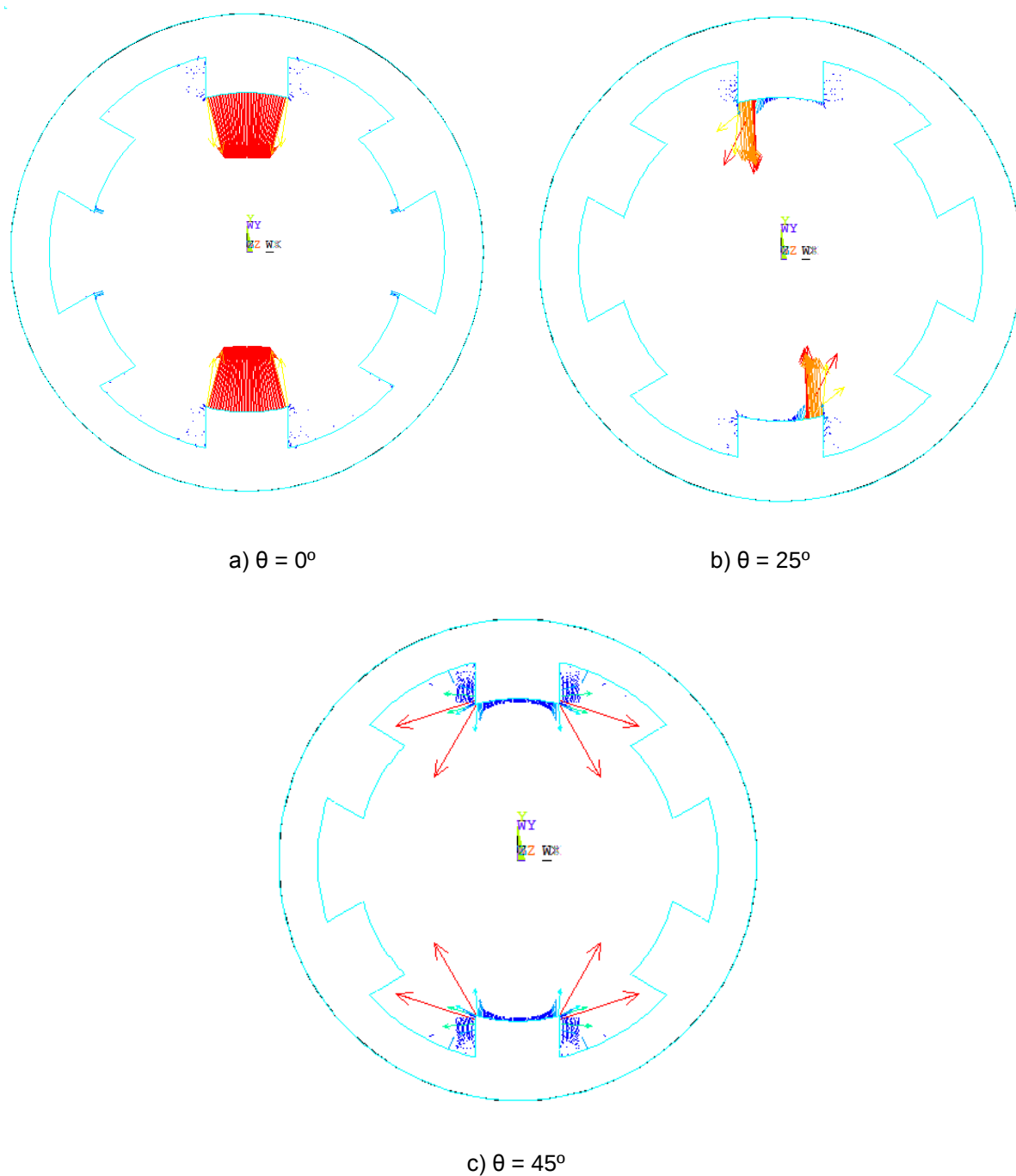


Figura 22 - Forças magnéticas no estator para três posições distintas do rotor.

3.8 ANÁLISE MODAL

De acordo com o que foi dito na seção 2.4.1, as frequências de ressonância do estator tem importante papel na geração do ruído. A fim de se obter essas frequências e de se observar os modos de vibração do mesmo, foi realizada também uma análise modal da estrutura.

Diversos estudos mostram, porém, que os esforços presentes em uma MRV são capazes de excitar apenas alguns dos modos naturais [3]. Isso porque para excitar um dado modo é preciso um esforço que varie em uma frequência próxima da de ressonância desse modo e que, além disso, possua uma distribuição espacial próxima da deformação desse modo. Por isso, em uma máquina simétrica, é muito difícil excitar-se os modos de ordem ímpar. Sendo assim, normalmente apenas as frequências de ordem par são consideradas em estudos de vibração de MRVs. A análise realizada utiliza essa hipótese.

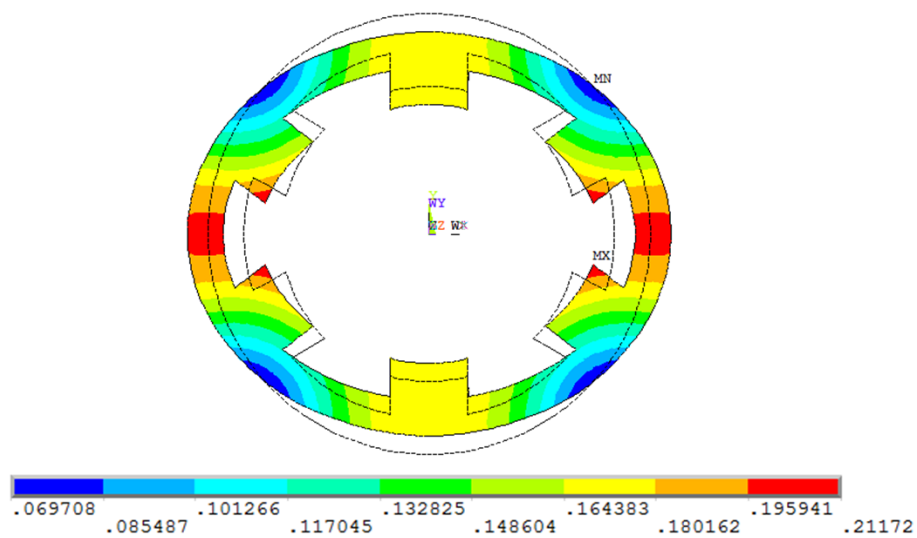
Uma vez a máquina modelada, a implementação da análise modal no ANSYS é simples. O mesmo modelo pode ser reaproveitado (guardando apenas o estator), com a mesma malhagem. É necessário apenas passar a uma análise estrutural, utilizando as propriedades do material correspondentes (módulo de elasticidade, coeficiente de poisson e massa específica). Feito isso, basta selecionar o tipo de análise (modal), as opções (método, número de modos a serem extraídos, etc.) e solucionar com o comando SOLVE. Na análise realizada foi utilizado o modo block lanczos, com a extração dos 8 primeiros modos.

A tabela 1 mostra as frequências de ressonância obtidas para os modos pares do estator da MRV 6/4 das seções precedentes.

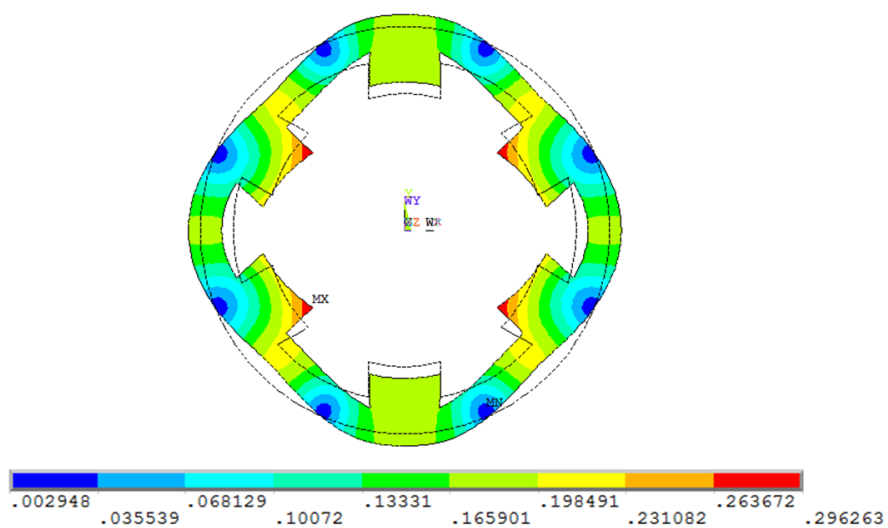
Tabela 1 - Frequências de ressonância dos modos pares do estator.

Modo	2	4	6	8
Frequência (Hz)	1312	6593	18965	23679

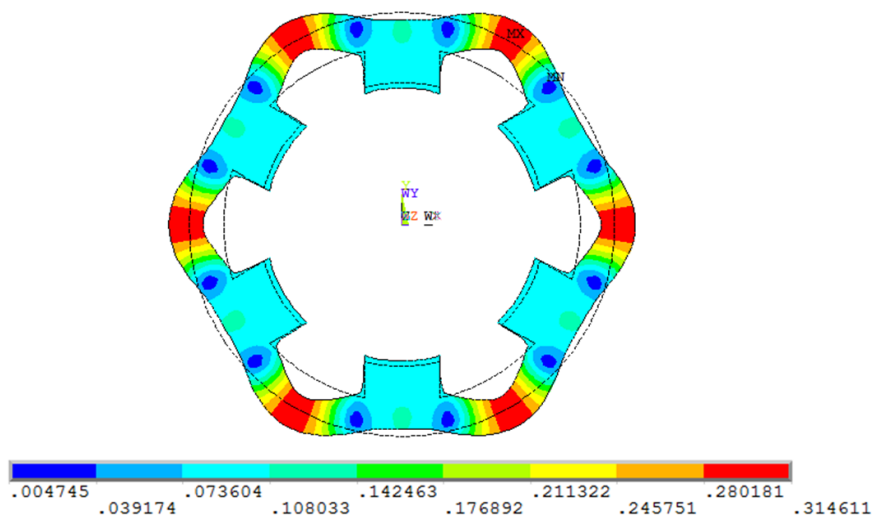
Observa-se que a partir do modo 8, a frequência já se encontra fora da faixa audível pelo ser humano (de 20 à 20000 Hz). Portanto, para fins de geração de ruído, apenas os modos 2, 4 e 6 são importantes para a máquina analisada. A figura 23 mostra a deformação correspondente a cada um desses modos de vibrar.



a) Modo 2



b) Modo 4



c) Modo 6

Figura 23 - Modos de vibrar de ordem par do estator da MRV.

4 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

4.1 INTRODUÇÃO

Otimização é o ramo da matemática que trata o problema de determinar as condições ou as configurações ideais para um sistema qualquer, segundo um dado critério. O sistema a ser otimizado é representado por variáveis que o caracterizam e por um modelo matemático que relaciona essas variáveis. O problema consiste em encontrar soluções que satisfaçam um objetivo, respeitando eventuais restrições.

A otimização pode ser aplicada em qualquer área da engenharia e desempenha um papel muito importante atualmente. Ela também pode ser aplicada em outras áreas, como a economia e a administração por exemplo. Na engenharia, a otimização é particularmente importante em áreas como a aeronáutica, a mecânica estrutural, a mecânica dos fluidos e a teoria do controle, dentre outras.

Hoje em dia, praticamente todos os sistemas que podem ser descritos por um modelo matemático são otimizados. Como exemplo podemos citar: as rotas de transporte, a forma de um objeto, o preço de venda de um produto, uma reação química, o controle do tráfego aéreo, o rendimento de uma máquina, o funcionamento de um motor, a gestão das linhas ferroviárias, a escolha de um investimento econômico, a construção de um navio, etc. Esses exemplos demonstram a variedade de aplicações da otimização. A otimização permite encontrar uma configuração ideal para se obter um ganho de trabalho, de tempo, de dinheiro, de energia, de matérias-primas, de satisfação, etc.

Existe uma quantidade enorme de métodos de otimização, baseados em diferentes princípios e destinados a problemas variados. Basicamente, os métodos de otimização são classificados em duas categorias: métodos determinísticos e métodos estocásticos (ou probabilísticos). Os primeiros utilizam, de modo geral, o cálculo de derivadas da função objetivo, que ditam a direção na qual os parâmetros devem ser variados para se chegar ao valor ótimo. Os segundos utilizam apenas a avaliação da função objetivo, sem precisar de derivadas, e empregam algum grau de aleatoriedade em seu funcionamento. São exemplos de métodos determinísticos o método simplex, o método dos gradientes reduzidos e o método de programação

linear seqüencial, entre outros. Alguns exemplos de métodos estocásticos são os algoritmos genéticos, o método da colônia de formigas e o “simulated annealing” [14].

A qualidade dos resultados de uma otimização depende da pertinência e qualidade do modelo, da eficácia do método de otimização utilizado e dos meios utilizados para o tratamento numérico.

4.1.1 CONCEITOS-CHAVE EM OTIMIZAÇÃO:

As definições abaixo descrevem alguns dos conceitos básicos de um problema de otimização qualquer:

- Variáveis de projeto: parâmetros que caracterizam o sistema estudado e que estão sendo buscados na otimização. O objetivo da otimização é determinar o valor desses parâmetros de forma a minimizar/maximizar determinado objetivo.
- Restrições: condições dadas por equações matemáticas, que não podem ser violadas. Podem se referir às variáveis de projeto ou a outras quantidades relacionadas ao problema.
- Espaço de busca: espaço que determina as soluções possíveis para o conjunto de variáveis de projeto, considerando as restrições.
- Função Objetivo: meta do estudo de otimização, é uma função de uma ou mais variáveis de projeto, que se deseja minimizar ou maximizar.
- Ponto Ótimo: conjunto de valores das variáveis de projeto que minimizam ou maximizam a função objetivo e, ao mesmo tempo, satisfazem as restrições.
- Valor Ótimo: valor da função objetivo no ponto ótimo.

O seguinte problema de otimização é usado para exemplificar esses conceitos, e ilustrado na figura 24:

Minimizar a deflexão na extremidade de uma viga de perfil retangular, sujeita a uma carga de flexão, a uma restrição na área da seção transversal para limitar a quantidade de material utilizada e a restrições nas dimensões b e h , oriundas de uma limitação de fabricação por exemplo.

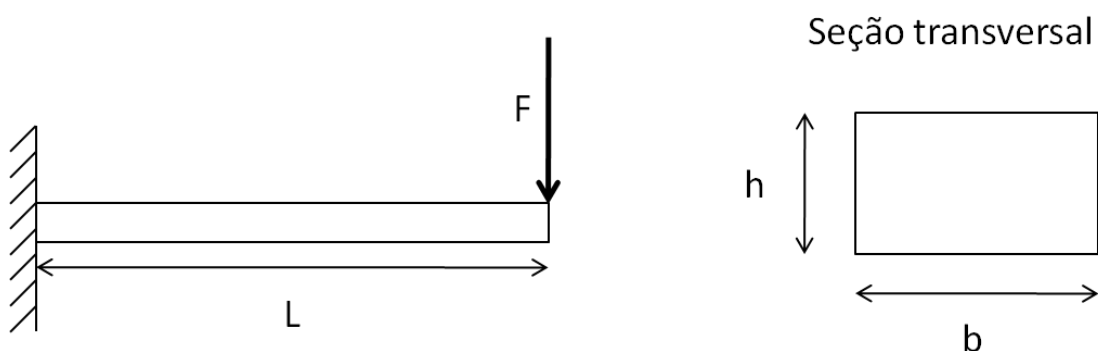


Figura 24 - Exemplo de problema de otimização.

Nesse problema temos:

- Variáveis de projeto: parâmetros b e h ;
- Restrições: Área da seção $< 100 \text{ mm}^2$; $h_{\min} < h < h_{\max}$, $b_{\min} < b < b_{\max}$
- Espaço de busca: variável b : $b_{\min} < b < b_{\max}$; variável h : $h_{\min} < h < h_{\max}$
- Função Objetivo: Deflexão na extremidade, dada por

$$\delta = \frac{FL^3}{EI} \quad (4.1)$$

onde $I = bh^3/12$ e E é o módulo de elasticidade.

- Ponto Ótimo: valores de b e h que minimizam δ ;
- Valor Ótimo: valor de δ no ponto ótimo;

4.2 A OTIMIZAÇÃO APLICADA A MOTORES ELÉTRICOS

A evolução das máquinas elétricas e o conseqüente aumento na sua utilização conforme descrito no capítulo 1 fizeram crescer a aplicação de métodos de otimização nesse tipo de problema. A otimização de máquinas elétricas visa determinar a geometria e/ou o comando da máquina de forma a maximizar ou minimizar objetivos como o torque médio, o torque por unidade de volume, as perdas joule, a vibração, etc. Diversos métodos podem ser aplicados para essa finalidade, e nos últimos anos, dois deles têm ganhado destaque nessa tarefa: os algoritmos genéticos e a otimização topológica [9,10,11,12,15].

4.2.1 ALGORITMOS GENÉTICOS

Algoritmos genéticos são estocásticos. A grande vantagem dos métodos estocásticos é o fato de não precisar de nenhuma informação sobre a derivada da função objetivo, nem de impor condições sobre ela (que seja contínua, diferenciável, etc.), além do fato de poder trabalhar naturalmente com variáveis de projeto contínuas e discretas ao mesmo tempo.

Os algoritmos genéticos são uma classe de métodos estocásticos multi-objetivos cuja operação é baseada em técnicas de pesquisa inspiradas nos princípios da biologia evolutiva [16]. A partir de uma população inicial composta por n indivíduos, o algoritmo os faz evoluir gradualmente em um processo iterativo a fim de melhorar seu desempenho. Cada indivíduo representa um conjunto possível de valores para as variáveis de projeto, que formam o “código genético” do indivíduo. Em cada geração, dois mecanismos oriundos da teoria evolucionista de Charles Darwin são aplicados: a seleção e a reprodução. A seleção favorece a reprodução dos indivíduos mais aptos ou eficientes segundo os objetivos de interesse. A reprodução mescla as características desses indivíduos. Após N gerações, espera-se obter indivíduos que se aproximam dos mais aptos possíveis, que são as soluções ótimas para o problema. Existem muitas variantes de algoritmos genéticos, como por exemplo NSGA2, SPEA2, MOGA, PESA2, etc. [17].

A passagem de uma geração à outra é dividida em quatro etapas principais:

- 1) Fase de avaliação: cada indivíduo é avaliado com relação aos objetivos definidos.
- 2) Fase de seleção: seleção dos indivíduos que vão contribuir para a próxima fase, de reprodução. Os indivíduos com melhor desempenho têm maior chance de serem selecionados.
- 3) Fase de reprodução: os indivíduos da geração seguinte são obtidos pelo cruzamento do código genético de dois dos indivíduos selecionados. Há também a possibilidade de um indivíduo ser gerado por mutação de um dos indivíduos selecionados, ou seja, uma mudança aleatória de uma parte do código genético de um indivíduo.

- 4) Fase de reposição: a nova geração é criada e o critério de parada é verificado. Esse critério pode ser um valor determinado para um objetivo ou um certo número de gerações.

No caso da aplicação à otimização de motores elétricos, cada indivíduo de uma geração representaria uma configuração de máquina possível. Tipicamente, os parâmetros que formam o código genético são as dimensões da máquina (raio do rotor, raio do estator, entreferro, altura e largura dos dentes, etc.). Cada um desses parâmetros pode variar dentro de um intervalo especificado. A figura 25 ilustra os parâmetros a serem determinados, no caso onde o raio externo do estator e o raio interno do rotor são dados.

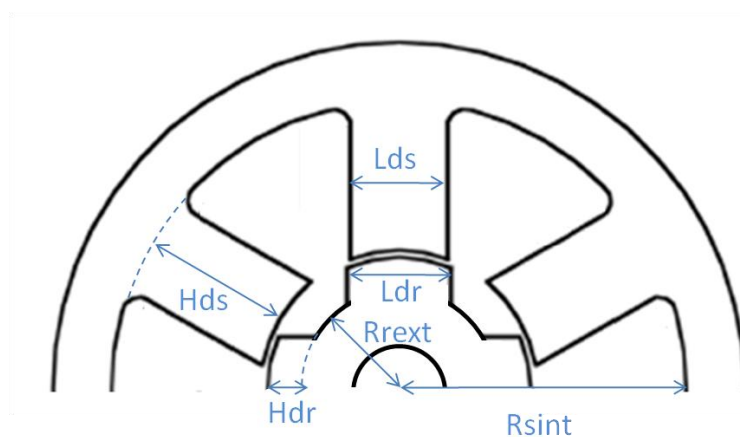


Figura 25 - Parâmetros de uma MRV a serem determinados pelo AG.

Algoritmos de otimização multi-objetivos como os algoritmos genéticos não fornecem como resultado uma única solução, mas várias. Isso acontece porque neste tipo de problema normalmente não existe uma solução ótima para os dois objetivos simultaneamente. É preciso encontrar um compromisso entre os objetivos quando eles são antagonistas, que é normalmente o caso. Quando é encontrado um ponto (indivíduo) para o qual não é possível melhorar um dos objetivos sem necessariamente piorar o outro, esse ponto é chamado de ótimo de Pareto. O conjunto desses pontos formam a chamada frente de Pareto, uma curva que mostra a localização em relação aos objetivos de todos os ótimos de Pareto. A figura 26 ilustra esse conceito:

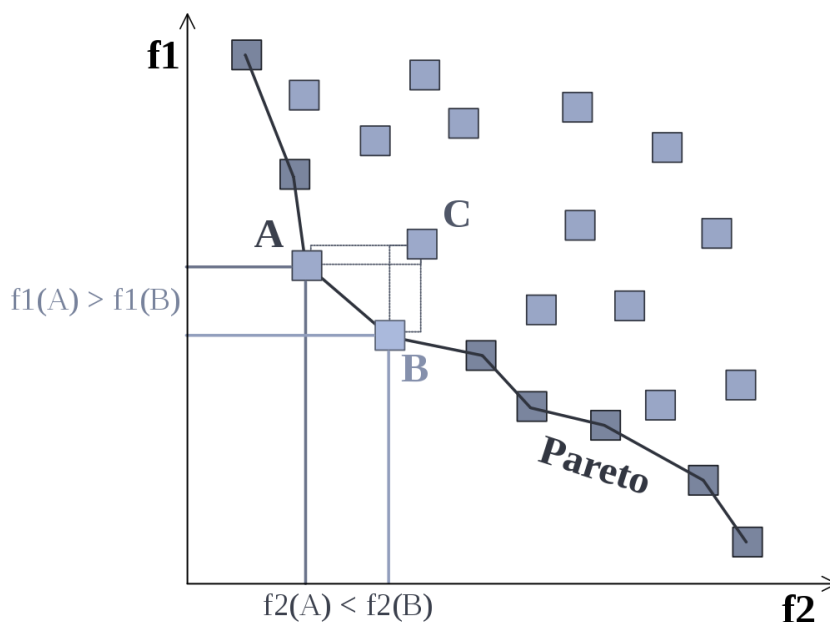


Figura 26 - Frente de Pareto.

Na figura 26, os pontos quadrados representam possíveis escolhas de configuração (indivíduos), e os eixos representam os objetivos $f1$ e $f2$, que devem ser minimizados. O ponto C não pertence à frente de Pareto porque tanto o ponto A como o ponto B são melhores do que C em ambos os objetivos. Já os pontos A e B pertencem à frente de Pareto, porque não existe ponto que seja melhor que eles nos dois objetivos simultaneamente.

Uma das vantagens do algoritmo genético é exatamente o fato de ele produzir como resultado não apenas uma configuração possível, mas um conjunto de configurações ótimas. Por isso, é possível escolher a solução mais adequada às necessidades do problema no final processo, priorizando um ou outro objetivo.

4.2.2 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

A otimização topológica (OT) consiste em um método determinístico, relativamente recente (primeira publicação em 1988), que visa alterar a distribuição de material em um dado domínio, sob condições de carregamento e contorno dadas, de forma a maximizar/minimizar um determinado objetivo. Inicialmente aplicado apenas à otimização estrutural, esse método tem ganhado destaque na última década, sendo aplicado com sucesso a outros dispositivos como motores elétricos, antenas,

sistemas microeletromecânicos (“Microelectromechanical Systems” ou MEMS) e transdutores piezelétricos [10,18].

A mostra figura 27 um exemplo clássico de problema para a otimização topológica.

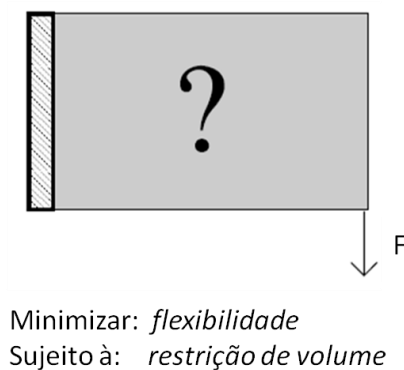


Figura 27 - Problema clássico para a otimização topológica.

A OT é implementada combinando o método dos elementos finitos (MEF) com algoritmos de otimização matemática baseados no cálculo das sensibilidades da função objetivo. As sensibilidades são simplesmente as derivadas da função objetivo em relação às variáveis de projeto. Os passos clássicos para se realizar um projeto com otimização topológica são os seguintes [18]:

- 1) Definição do domínio de otimização;
- 2) Discretização desse domínio em elementos finitos e aplicação do carregamento e das condições de contorno;
- 3) Inserção dos dados do domínio discretizado no algoritmo de otimização e realização de um processo iterativo buscando minimizar ou maximizar uma função objetivo escolhida, sujeita a restrições;
- 4) Interpretação dos resultados;
- 5) Verificação das propriedades do resultado obtido com um método externo;
- 6) Fabricação do objeto.

A figura 28 ilustra essas etapas para o projeto de uma estrutura.

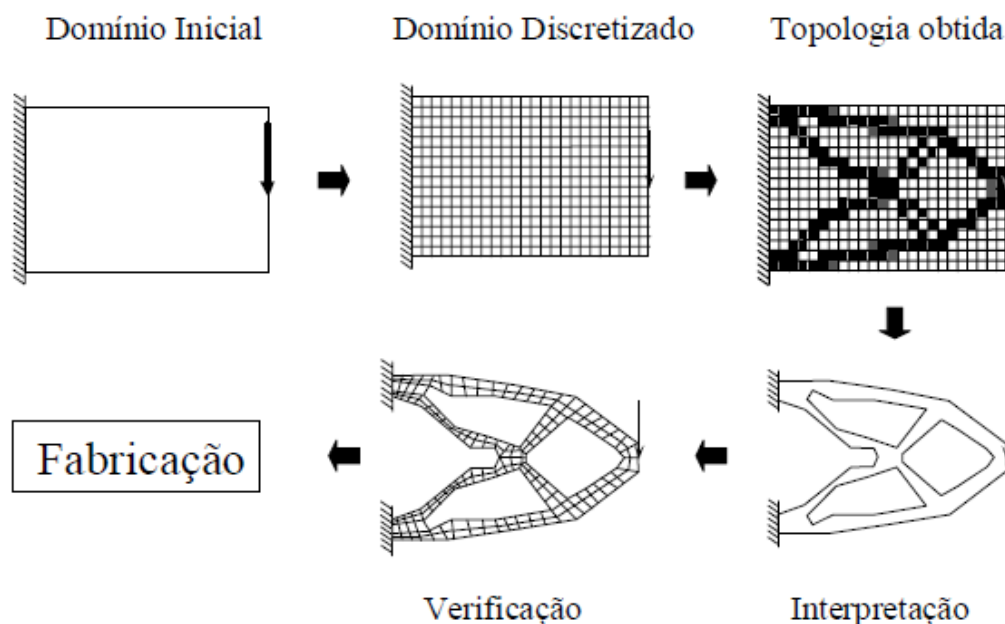


Figura 28 - Etapas de um projeto com otimização topológica.

A OT é baseada em dois conceitos fundamentais:

Domínio estendido fixo de projeto - consiste em um domínio, de forma fixa, que delimita a região onde o objeto a ser otimizado pode existir. O objetivo da OT é determinar a distribuição ótima de material nesse domínio, formando regiões sem material (“vazios”) e regiões com material. Elementos ou regiões que não podem ser modificadas no processo de otimização não são incluídos desse domínio.

Modelo de material - consiste em uma representação matemática que define a mistura de dois ou mais materiais, um deles sendo normalmente o ar (“vazio”). Esse modelo permite passar de um material ao outro variando-se um ou mais parâmetros, que constituem as variáveis de projeto do problema. Cada elemento do domínio discretizado é caracterizado por uma configuração de material. Por exemplo, pode-se definir o seguinte modelo de material:

$$P_i = \rho_i P_0, \quad \text{com } \rho_i = 0 \text{ ou } \rho_i = 1 \quad (4.2)$$

sendo P_0 a propriedade do material sólido e P_i a propriedade do material para o elemento i . Com esse modelo, cada elemento do domínio é definido pela variável ρ_i . Se $\rho_i = 0$, o material do elemento em questão torna-se ar ($P_i = 0$) e se $\rho_i = 1$ o material torna-se sólido ($P_i = P_0$).

Modelos de material que permitem somente dois estados (vazio ou sólido) como o da eq. 4.2 não são adequados, pois acarretam dificuldades na solução numérica do problema, devido à variação brusca. Para contornar esse fato, são utilizados recursos matemáticos para relaxação do problema. Para o modelo da equação 4.2, pode-se escrever por exemplo:

$$P_i = \rho_i P_0, \quad 0 \leq \rho_i \leq 1 \quad (4.3)$$

Nesse modelo, a variável ρ_i pode assumir valores intermediários entre 0 e 1. Esses estágios intermediários não tem sentido físico a princípio, sendo apenas um artifício matemático para que seja possível obter uma solução. Os dois modelos de material mais usados são o método das densidades, conhecido como SIMP (“Simple Isotropic Material with Penalization”) e o método da homogenização, conhecido como HDM (“Homogenization Design Method”) [18].

Com o modelo de material definido, algoritmos de otimização são utilizados para encontrar a distribuição ótima de material, em um processo iterativo. A cada iteração, o algoritmo de otimização matemática utiliza as sensibilidades para redistribuir o material de modo a aumentar o valor da função objetivo no domínio. O algoritmo de otimização pode ser um método específico, como o critério de optimalidade (CO), ou um método genérico, como a Programação Linear Seqüencial (PLS) ou a Programação Quadrática Seqüencial (PQS) [19].

O cálculo das sensibilidades pode ser bastante complexo. Quando não é possível realizar esse cálculo de maneira simples, existem basicamente dois métodos que podem ser empregados: o método das diferenças finitas (FDM, Finite Differences Method) e o método da variável adjunta (AVM, Adjoint Variable Method).

É importante ressaltar que a OT visa encontrar a distribuição de material em um domínio fixo, e não encontrar valores para parâmetros reais como na otimização paramétrica, ou a forma do domínio como na otimização de forma. O termo topologia engloba não somente a forma externa de determinado objeto (contorno), mas também a presença e forma de vazios no seu interior.

4.3 ESCOLHA DO ALGORITMO

Nesse trabalho foi escolhido o método da otimização topológica (MOT) para tentar solucionar os problemas tratados. Essa escolha se deu principalmente devido a dois fatores:

- O custo computacional da otimização topológica, que costuma ser consideravelmente mais baixo que o dos algoritmos genéticos, sobretudo em aplicações complexas;
- O fato de a otimização topológica aplicada à MRVs ser um campo muito recente de pesquisa e portanto menos conhecido e explorado.

Um terceiro fator decisivo foi o fato de, para o problema tratado, ser muito mais fácil realizar uma otimização topológica em uma máquina que já foi otimizada por um algoritmo genético do que o contrário, ou seja, realizar uma otimização com um algoritmo genético em uma máquina previamente otimizada com otimização topológica. Isso porque com os algoritmos genéticos, para o problema tratado, é possível obter-se uma configuração de máquina partindo do zero, apenas especificando, por exemplo, as dimensões externas da máquina desejada (raio externo do estator, raio interno do rotor e comprimento da máquina). Já na otimização topológica, para o problema tratado, é necessário uma máquina já dimensionada, que terá a topologia otimizada. Assim sendo, pode-se aplicar a OT a uma máquina que foi gerada por um AG, e verificar se a OT é capaz de melhorá-la ainda mais.

5 IMPLEMENTAÇÃO DA OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

5.1 INTRODUÇÃO

As etapas gerais de um projeto com OT foram citadas na seção 4.2.2. Este capítulo descreve em detalhes a implementação numérica da OT, ou seja, como ela foi implementada na prática para os problemas tratados.

O ANSYS dispõe de um módulo de OT nativo, pronto para ser utilizado. Entretanto, esse módulo é bastante simples e só permite a aplicação da OT a problemas estruturais. Para o caso de um problema eletromagnético, a única opção é implementar a OT manualmente. Optou-se então por desenvolver um código próprio que implementa a OT e utilizar hora esse código, hora o módulo nativo do ANSYS, dependendo do problema analisado.

A implementação numérica da OT pode ser dividida em duas grandes partes: uma ligada ao método dos elementos finitos e a outra ao algoritmo de otimização matemática. A primeira parte consiste da modelagem e discretização em elementos finitos do objeto de estudo. Nessa parte são especificadas as regiões de otimização e também eventuais regiões que não devem ser alteradas no processo. Essas regiões são discretizadas e, em seguida, a cada elemento é atribuído um valor de pseudo-densidade, que define o valor da propriedade de interesse no elemento, segundo o modelo de material utilizado. A segunda parte consiste de um processo iterativo onde é realizado o cálculo da função objetivo e das restrições, e em seguida o cálculo da sensibilidade para cada elemento, que será utilizada no passo de otimização para redefinir a pseudo-densidade para a próxima iteração.

Cada uma dessas etapas pode ser implementada em vários ambientes de programação. Pode-se usar, por exemplo, o MATLAB, o SciLab, o ANSYS (com APDL), pode-se programar em alguma linguagem como C ou Fortran, dentre outras possibilidades. Nesse trabalho, as duas partes da implementação numérica da OT foram realizadas no ANSYS. Essa escolha se deveu a vários fatores. No que se refere à primeira parte, o ANSYS é um software completo de elementos finitos, o que facilita bastante o trabalho de modelagem, discretização e sobretudo solução do problema eletromagnético, conforme descrito na seção 3.5. Além disso, a MRV já foi

modelada no ANSYS para a análise do capítulo 3, portanto esse modelo pode ser reaproveitado em partes para a OT, assim como parte dos códigos usados na solução do problema eletromagnético. No que se refere à segunda parte, ou seja, a programação do algoritmo de otimização matemática, poder-se-ia utilizar outro ambiente de programação, como por exemplo o MATLAB, que apresenta vantagens como a facilidade de programação, a excepcional ferramenta de depuração de código e a elevada eficiência computacional, por fazer cálculos com matrizes de forma extremamente simples. Entretanto, para isso é necessário acoplar o ANSYS ao MATLAB, para exportar o modelo de elementos finitos do primeiro para o segundo. Como essa tarefa pode ser complicada dependendo do objeto estudado, e como o ANSYS também permite realizar a programação da otimização matemática, através de sua linguagem APDL (embora sem os mesmos recursos do MATLAB), optou-se por fazer tudo dentro do próprio ANSYS.

A figura 29 apresenta o fluxograma de implementação numérica da OT. Cada uma dessas etapas será explicada a seguir.

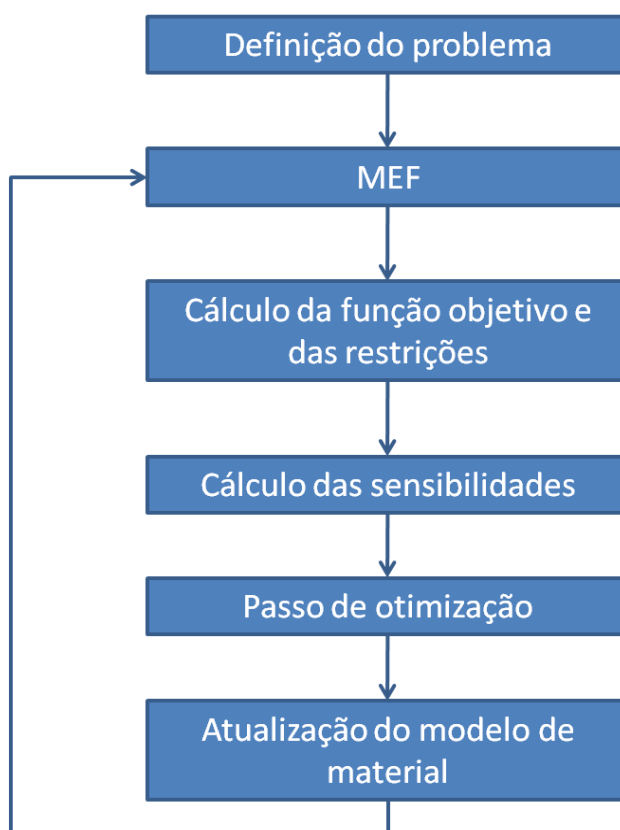


Figura 29 - Fluxograma de implementação numérica da OT.

5.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

A definição do problema consiste em determinar os seguintes itens:

1. Domínio estendido fixo de otimização
2. Função objetivo e restrições
3. Modelo de material

5.2.1 DOMÍNIO ESTENDIDO FIXO

Como já foi explicado, o domínio estendido fixo é a região onde o objeto de interesse (ou parte dele) pode existir, ou, em outras palavras, a região onde ocorrerá a redistribuição de material. A escolha do domínio é crucial, pois uma escolha errada de domínio pode esconder outras soluções melhores que talvez seriam possíveis se o domínio fosse determinado de outra forma. O domínio de otimização depende obviamente do objeto que está sendo otimizado. Para os problemas tratados, o ponto de partida para se definir o domínio é a geometria da máquina que vai ser otimizada. A figura 30 mostra a geometria da MRV usada nos problemas de otimização deste trabalho:

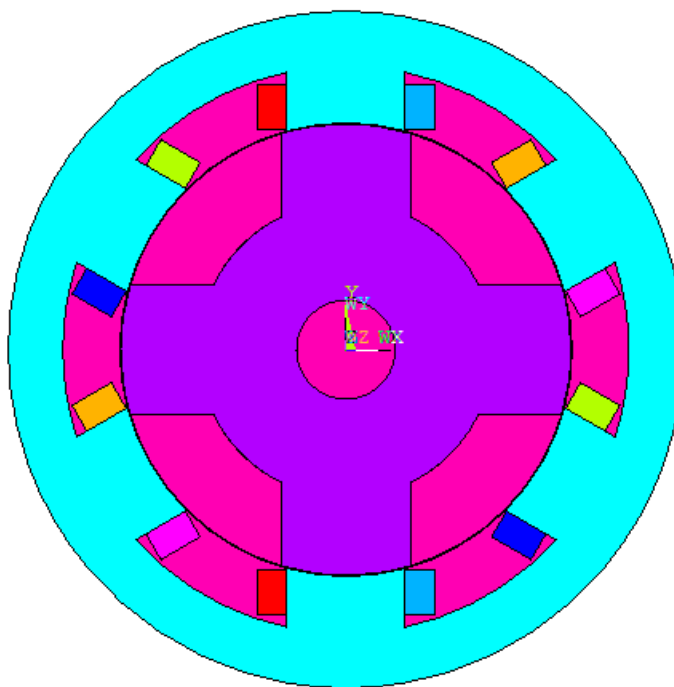


Figura 30 - Geometria da máquina a ser otimizada.

Trata-se de uma máquina com 6 pólos no estator e 4 no rotor, uma MRV 6/4. As dimensões dessa máquina são mostradas na tabela 2.

Tabela 2 - Dimensões da MRV otimizada.

	Dimensão (mm)
Raio externo do estator	68,5
Raio interno do estator	57,387
Largura do dente do estator	24,022
Altura do dente do estator	11,509
Entreferro	0,227
Raio externo do rotor	29,915
Raio interno do rotor	10,0
Largura do dente do rotor	26,403
Altura do dente do rotor	15,736
Comprimento longitudinal	78,4

Essa máquina foi escolhida, dentre outros fatores, porque ela foi obtida utilizando-se um algoritmo genético, do tipo NSGA2, cujos objetivos de otimização eram maximizar o torque e minimizar o ruído emitido, a partir de 3 parâmetros fixados: raio externo do estator, raio interno do rotor e comprimento da máquina. Utilizando essa máquina na otimização, é possível de certa forma comparar os dois métodos, o que será feito nas conclusões.

A partir da geometria da máquina dada na figura 30, pode-se escolher diversos domínios de otimização, dependendo do problema tratado e de outros fatores. Como exemplo, pode-se escolher como domínio o dente do rotor e uma parte da região de ar adjacente a ele, como mostrado na figura 31.

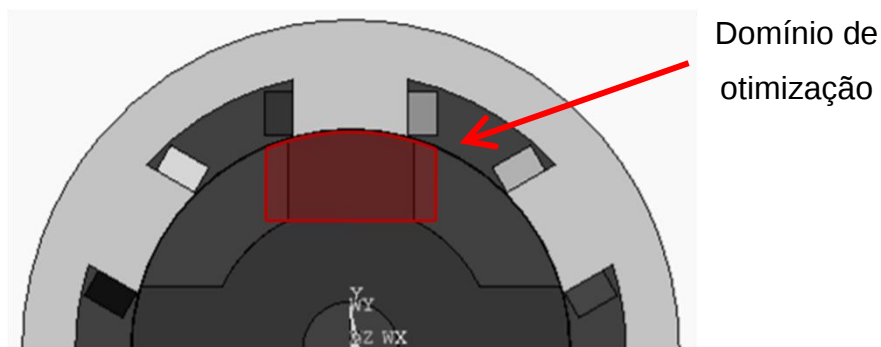


Figura 31 - Exemplo de domínio estendido fixo para MRV.

Essa escolha de domínio permite que a otimização topológica torne o dente do rotor mais largo ou mais estreito, mude o seu formato ou insira vazios dentro dele, mantendo todo o resto da máquina inalterado. Vários domínios podem ser testados, englobando várias partes da MRV, na tentativa de descobrir qual permite encontrar a melhor solução. Evidentemente, independente do domínio escolhido, a máquina toda faz parte do problema de otimização, porém só os elementos que pertencem ao domínio poderão ser modificados. Como vários domínios foram utilizados para cada problema de otimização, eles serão indicados junto com cada resultado.

5.2.2 FUNÇÃO OBJETIVO E RESTRIÇÕES

A escolha da função objetivo adequada é outro ponto crucial para a eficiência da otimização topológica. Essa escolha deve levar em conta fatores como:

- complexidade da função;
- complexidade do cálculo das sensibilidades;
- representatividade da função objetivo, ou seja, quão bem a função escolhida representa o objetivo real do problema;
- custo computacional.

Com base nesses critérios, para a otimização acústica a função objetivo escolhida foi a flexibilidade média da estrutura (“mean compliance” em inglês), dada por:

$$\mathbf{F} = \mathbf{u}^t \mathbf{K} \mathbf{u} \quad (5.1)$$

onde $\mathbf{u}$ é o deslocamento, $\mathbf{K}$ é a matriz global de rigidez estrutural e o sobrescrito t indica a operação de transposição. Essa função é a função objetivo mais clássica da OT aplicada a estruturas. Sua ligação com o ruído emitido está no fato de que, como

explicado na seção 2.4.1, são as vibrações do estator causadas pelas forças magnéticas que originam o ruído. Reduzindo então a flexibilidade do estator (ou seja, aumentando sua rigidez) as vibrações devem ser reduzidas e portanto o ruído também. Além disso, o cálculo das sensibilidades é bastante simples com essa função objetivo, como será demonstrado na próxima seção. Vale observar que essa função é igual à energia elástica do sistema a menos de uma constante multiplicativa de $\frac{1}{2}$. Esse fato será importante no cálculo das sensibilidades, seção 5.4.

Uma função objetivo óbvia para a otimização do ponto de vista eletromagnético seria o torque produzido. No entanto, uma função objetivo que envolve o torque diretamente torna o problema excessivamente complicado, saindo do escopo do trabalho. Para a otimização eletromagnética, foi então escolhida como função objetivo a maximização da energia magnética, dada por [20,21]:

$$E_{\text{mag}} = \frac{1}{2} \mathbf{A}^t \mathbf{S} \mathbf{A} \quad (5.2)$$

onde $\mathbf{A}$ é o vetor potencial magnético introduzido na seção 3.5 e $\mathbf{S}$ é a matriz global de rigidez magnética. Essa função foi escolhida pois é uma função simples e, mais do que isso, é análoga à flexibilidade média, equação 5.1, resultando em um cálculo de sensibilidades muito parecido. Após a otimização, pode-se verificar, a título ilustrativo, o impacto do resultado obtido no torque da máquina, utilizando-se o código de MEF descrito no capítulo 3.

Quanto às restrições, a única restrição utilizada se refere ao volume de material. Ela é expressa da seguinte forma:

$$\frac{V(\rho)}{V_0} = f \quad (5.3)$$

onde $V(\rho)$ é o volume de material utilizado, V_0 é o volume do domínio fixo e f é a fração limite de material especificada. O valor de f é especificado para cada problema.

5.2.3 MODELO DE MATERIAL

Finalmente, é preciso definir o modelo de material a ser utilizado. Esse modelo deve permitir a existência de áreas com material (sólidas) ou com ar (áreas vazias), através de um ou mais parâmetros que definem a propriedade para cada elemento. Nesse trabalho, o método utilizado nos dois problemas é o chamado método das densidades ou SIMP (do inglês “Solid Isotropic Material with Penalization”). Ele funciona da seguinte maneira: a propriedade de interesse em um dado elemento é igual à propriedade do material original multiplicada por uma pseudo-densidade, específica de cada elemento. No caso do problema de minimização da flexibilidade, a propriedade de interesse é o módulo de elasticidade. O modelo usado então é definido da seguinte forma:

$$E_i = \rho_i^p E_0, \quad 0 < \rho_{\min} \leq \rho_i \leq 1 \quad (5.4)$$

onde E_i é o módulo de elasticidade do elemento i , E_0 é o módulo de elasticidade do material que constitui a máquina e ρ_i é a pseudo-densidade do elemento i . A variável $\rho_{\min}$ representa o valor mínimo de pseudo-densidade permitido, muito próximo de zero (10^{-4} tipicamente). Ele é introduzido para evitar singularidades na matriz de rigidez global $\mathbf{K}$, que ocorrem caso uma pseudo-densidade seja efetivamente zero, pois nesse caso a propriedade do elemento também o será.

O coeficiente p é chamado fator de penalidade, e é introduzido para evitar a presença de densidades intermediárias no resultado final, visto que essas são difíceis de implementar na prática (corresponderiam a um material poroso, ou a um material que possui um valor intermediário de E_0). O valor de p pode ser mantido fixo ou pode variar durante o processo de otimização. No nosso estudo, mantivemos p fixo e utilizamos o valor mais comum, $p = 3$.

Note que se $\rho_i = \rho_{\min}$, $E_i \cong 0$, ou seja, o elemento é constituído de ar (logo trata-se de um vazio), e se $\rho_i = 1$, $E_i = E_0$, ou seja, o elemento é constituído de material (logo trata-se de uma região sólida). A condição $0 < \rho_{\min} \leq \rho_i \leq 1$ é inserida no problema como uma restrição adicional.

Para o problema eletromagnético também é usado o SIMP. A propriedade de interesse é a permeabilidade magnética. Um modelo que poderia ser utilizado é:

$$\mu_i = \rho_i^p \mu_{\text{ferro}} + (1 - \rho_i^p) \mu_{\text{ar}}, \quad 0 \leq \rho_i \leq 1 \quad (5.5)$$

Assim, se $\rho_i = 0$, $\mu_i = \mu_{\text{ar}}$ e se $\rho_i = 1$, $\mu_i = \mu_{\text{ferro}}$. No entanto, um modelo como esse é indesejado, pois introduz complicações no cálculo das sensibilidades no ANSYS. A alternativa utilizada é modelar a permeabilidade magnética relativa, o que resulta em um modelo muito semelhante ao da eq. 5.4, com uma pequena modificação. O modelo usado para o problema eletromagnético então é:

$$\mu_R^i = \rho_i^p \mu_R^{\text{ferro}}, \quad 0 < \rho_{\min} \leq \rho_i \leq 1 \quad (5.6)$$

onde μ_R^i é a permeabilidade magnética relativa do elemento i , μ_R^{ferro} é a permeabilidade magnética relativa do material ferromagnético e ρ_i é a pseudo-densidade do elemento i . A modificação com relação ao modelo anterior é no valor de $\rho_{\min}$. No modelo anterior, era usado um valor muito baixo, para que quando $\rho_i = \rho_{\min}$, $E_i \cong 0$, porque o módulo de elasticidade do ar é aproximadamente 0. Mas a permeabilidade relativa do ar é 1. Portanto, $\rho_{\min}$ dessa vez é escolhido de forma que o valor mínimo de μ_R^i seja 1. Tem-se então a seguinte relação:

$$\rho_{\min} = \sqrt[p]{1/\mu_R^{\text{ferro}}} \quad (5.7)$$

Por exemplo, para $\mu_R^{\text{ferro}} = 10000$, com $p=3$, obtém-se $\rho_{\min} = 0.04642$. Assim, se $\rho_i = \rho_{\min}$, $\mu_R^i = 1$, ou seja, o elemento é constituído de ar (logo trata-se de um vazio), e se $\rho_i = 1$, $\mu_R^i = 10000$, ou seja, o elemento é constituído de material magnético (logo trata-se de uma região sólida). É importante notar que o modelo de material utilizado não leva em conta a saturação, o que pode influenciar nos resultados uma vez que a MRV opera fortemente saturada. Entretanto, uma otimização topológica que leva em conta a saturação é excessivamente complicada, sendo assunto de teses de doutorado atualmente [10], ficando assim fora do escopo do trabalho.

Tendo sido definidos o domínio, a função objetivo, as restrições e o modelo de material o problema de otimização está completamente caracterizado. Pode-se então iniciar-se a implementação propriamente dita.

5.3 MEF E CÁLCULO DA FUNÇÃO OBJETIVO E RESTRIÇÕES

A parte relacionada ao MEF na implementação numérica da OT consiste em:

1. Modelar o objeto;
2. Discretizá-lo;
3. Aplicar o modelo de material definido aos elementos que fazem parte do domínio, com uma pseudo-densidade para cada elemento;
4. Aplicar condições de contorno e carregamento;
5. Resolver o problema e fornecer os dados necessários ao algoritmo de otimização matemática.

Como foi comentado, a vantagem de se utilizar o ANSYS como plataforma de trabalho é que ele possui um quantidade enorme de funções no que se refere ao método dos elementos finitos, tornando simples a maioria dessas etapas.

A modelagem do objeto é uma parte que pode ser bastante trabalhosa, mas como para a análise do torque da MRV (capítulo 3) já havia sido criado um código que gera automaticamente a máquina no ANSYS a partir de um arquivo de texto com as dimensões principais, essa etapa foi facilitada.

A discretização ou malhagem é executada automaticamente no ANSYS, com o comando AMESH. Nesse ponto, é preciso escolher bem o tamanho dos elementos e o tipo (triangular, quadrilátero), para obter um número grande de elementos, mas não excessivo, pois cada elemento adiciona uma variável de projeto a mais, aumentando o custo computacional.

A aplicação do modelo de material é feita criando-se um vetor de densidades com tamanho igual ao número de elementos pertencentes ao domínio de otimização. Em seguida, atribui-se um material a cada elemento, e define-se, para cada material, a propriedade de interesse com a equação escolhida para o modelo de material, utilizando o vetor de densidades.

As condições de contorno e carregamentos são aplicadas de maneira bem simples no ANSYS. No nosso caso foram usados os comandos D, F e SF, dependendo do caso.

Finalmente, a solução do problema também é obtida de maneira simples, com apenas um comando. SOLVE para problemas estruturais, MAGSOLV para problemas eletromagnéticos.

Uma vez o problema resolvido, quase todas as quantidades de interesse podem ser obtidas com comandos simples. A primeira função objetivo, a flexibilidade média, é igual a energia elástica a menos de uma constante multiplicativa de $\frac{1}{2}$, e a segunda função objetivo é a própria energia magnética. O ANSYS fornece uma tabela com o valor dessas energias para cada elemento com o comando ETABLE e o argumento adequado, e também a soma delas, com o comando SSUM, entregando assim o valor das funções objetivo de forma simples. Já a restrição de volume pode ser calculada facilmente somando-se a cada iteração as densidades de cada elemento, que estão armazenadas no vetor de densidades, multiplicadas pela respectiva área.

5.4 CÁLCULO DAS SENSIBILIDADES

Como as duas funções objetivo escolhidas para a implementação no código próprio são equivalentes, a dedução será realizada apenas para uma delas. A função que vai ser utilizada é a flexibilidade média como definida na equação 5.1. Para um modelo discretizado, a flexibilidade é dada pela soma da flexibilidade de cada elemento i :

$$F = \sum_1^n \mathbf{u}_i^t \mathbf{K}_i \mathbf{u}_i = \mathbf{u}^t \mathbf{K} \mathbf{u} \quad (5.8)$$

onde n é o número de elementos.

Para realizar a otimização topológica, é necessário calcular a sensibilidade (derivada) dessa função com relação à variável de projeto ρ_i . Temos então:

$$\frac{dF}{d\rho_i} = \frac{d(\mathbf{u}^t \mathbf{K} \mathbf{u})}{d\rho_i} \quad (5.9)$$

Pela regra da derivada do produto e a aplicação de relações simples chega-se a [18]:

$$\frac{dF}{d\rho_i} = -\mathbf{u}^t \frac{d\mathbf{K}}{d\rho_i} \mathbf{u} \quad (5.10)$$

É necessário então calcular $\frac{d\mathbf{K}}{d\rho_i}$.

A matriz de rigidez global $\mathbf{K}$ é composta de blocos nas diagonais, sendo cada bloco proveniente de um elemento:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} \boxed{\mathbf{K}_1} & & & & & \\ & \boxed{\mathbf{K}_2} & & & & \\ & & \dots & & & \\ & & & \boxed{\mathbf{K}_i} & & \\ & & & & \dots & \\ & & & & & \boxed{\mathbf{K}_{n-1}} \\ & & & & & & \boxed{\mathbf{K}_n} \\ & \mathbf{0} & & & & & \end{pmatrix}$$

onde $\mathbf{K}_i = \rho_i^p \mathbf{K}_i^0$ e $\mathbf{K}_i^0$ é a matriz de rigidez original do elemento i .

Evidentemente, quando se calcula a derivada no elemento i , todos os blocos que não correspondem ao elemento i resultam em zero, pois não são função de ρ_i . Assim, tem-se:

$$\frac{d\mathbf{K}}{d\rho_i} = \begin{pmatrix} \boxed{0} & & & & & \\ & \boxed{0} & & & & \\ & & \boxed{0} & & & \\ & & & \boxed{\frac{d\mathbf{K}_i}{d\rho_i}} & & \\ & & & & \boxed{0} & \\ & & & & & \boxed{0} \\ & & & & & & \boxed{0} \\ & \mathbf{0} & & & & & \end{pmatrix}$$

Basta então calcular $\frac{d\mathbf{K}_i}{d\rho_i}$. Tem-se então:

$$\frac{d\mathbf{K}_i}{d\rho_i} = p \rho_i^{p-1} \mathbf{K}_i^0 = p \frac{\rho_i^p}{\rho_i} \mathbf{K}_i^0 \quad (5.11)$$

e como $\rho_i^p \mathbf{K}_i^0 = \mathbf{K}_i$, temos :

$$\frac{d\mathbf{K}_i}{d\rho_i} = \frac{p}{\rho_i} \mathbf{K}_i \quad (5.12)$$

Portanto, a matriz $\frac{d\mathbf{K}}{d\rho_i}$ é formada apenas pela derivada do bloco i, todos os outros blocos valendo zero. Substituindo esse resultado no cálculo de sensibilidade (eq. 5.10), temos:

$$\frac{dF}{d\rho_i} = -\mathbf{u}^t \frac{d\mathbf{K}}{d\rho_i} \mathbf{u} = -\mathbf{u}_i^t \frac{p}{\rho_i} \mathbf{K}_i \mathbf{u}_i \quad (5.13)$$

Onde $\mathbf{u}^t$ e $\mathbf{u}$ se reduziram a $\mathbf{u}_i^t$ e $\mathbf{u}_i$ respectivamente, pelo fato de a matriz $\frac{d\mathbf{K}}{d\rho_i}$ possuir apenas os termos do elemento i diferentes de zero. Rearranjando os termos temos,

$$\frac{dF}{d\rho_i} = -\frac{p}{\rho_i} \mathbf{u}_i^t \mathbf{K}_i \mathbf{u}_i \quad (5.14)$$

Note que o termo $\mathbf{u}_i^t \mathbf{K}_i \mathbf{u}_i$ corresponde justamente à energia do elemento i, que é conhecida e fornecida diretamente pelo ANSYS. Como p é fixo e ρ_i também é conhecido, pode-se calcular a sensibilidade para cada elemento i diretamente com essa formulação.

5.5 PASSO DE OTIMIZAÇÃO E ATUALIZAÇÃO DO MATERIAL

O algoritmo de otimização matemática utilizado nesse trabalho é o critério de optimalidade (CO). Os métodos baseados em CO foram desenvolvidos nos anos 60, como alternativa a métodos de programação matemática para resolver problemas de otimização estrutural. Os métodos de CO tentam satisfazer um conjunto de critérios ligados ao comportamento da estrutura que provam que uma dada solução é ótima, ao invés de solucionar o problema de otimização efetivamente. Por isso, o CO é dito um método indireto, enquanto métodos como a programação linear seqüencial (PLS), a programação quadrática seqüencial (PQS) ou ainda o método das assíntotas móveis são métodos diretos, pois resolvem efetivamente o problema de otimização.

A cada iteração do CO, as variáveis de projeto são atualizadas usando o seguinte esquema [22]:

$$\rho_i^* = \begin{cases} \max(\rho_{\min}, \rho_i - m) & \text{se } \rho_i B_i^\eta \leq \max(\rho_{\min}, \rho_i - m) \\ \rho_i B_i^\eta & \text{se } \max(\rho_{\min}, \rho_i - m) \leq \rho_i B_i^\eta \leq \min(1, \rho_i + m) \\ \min(1, \rho_i + m), & \text{se } \min(1, \rho_i + m) \leq \rho_i B_i^\eta \end{cases} \quad (5.15)$$

onde m é um limite móvel positivo, que define a variação máxima de ρ_i em uma iteração, η é um coeficiente de amortecimento numérico (tipicamente $\eta = 0,5$), e B_i é obtido da condição de optimalidade como:

$$B_i = \frac{-\frac{\partial F}{\partial \rho_i}}{\lambda \frac{\partial V}{\partial \rho_i}} \quad (5.16)$$

onde λ é um multiplicador de Lagrange encontrado por um algoritmo de dicotomia. Esse esquema é obtido a partir do lagrangeano do problema de otimização. Para um aprofundamento na origem desse esquema pode-se consultar [23,24].

O esquema de otimização 5.15 foi programado no ANSYS usando a APDL. A cada iteração, a pseudo-densidade de cada elemento do domínio é redefinida por meio desse esquema, e em seguida, a propriedade de cada elemento é atualizada no MEF segundo o modelo de material adotado, e uma nova iteração se inicia (cálculo da função objetivo, sensibilidades, passo de otimização).

O processo iterativo de otimização pode terminar de duas formas: a primeira é atingindo um número determinado de iterações e a segunda é atingindo um dado critério que indica a convergência (variação do objetivo entre duas iterações menor que um dado valor por exemplo).

O apêndice A apresenta problemas utilizados como teste durante o desenvolvimento do código que implementa a OT.

6 APLICAÇÃO À MRV E RESULTADOS

6.1 INTRODUÇÃO

Esse capítulo apresenta a aplicação da OT à MRV e os resultados obtidos. Além dos dois problemas descritos no capítulo precedente - maximização da energia magnética e minimização da flexibilidade média - um outro problema foi abordado, dentro da otimização acústica: a maximização das frequências de ressonância da estrutura. Para cada problema, vários casos foram estudados, e os mais relevantes estão apresentados nesse capítulo. A figura 32 sintetiza os casos apresentados:

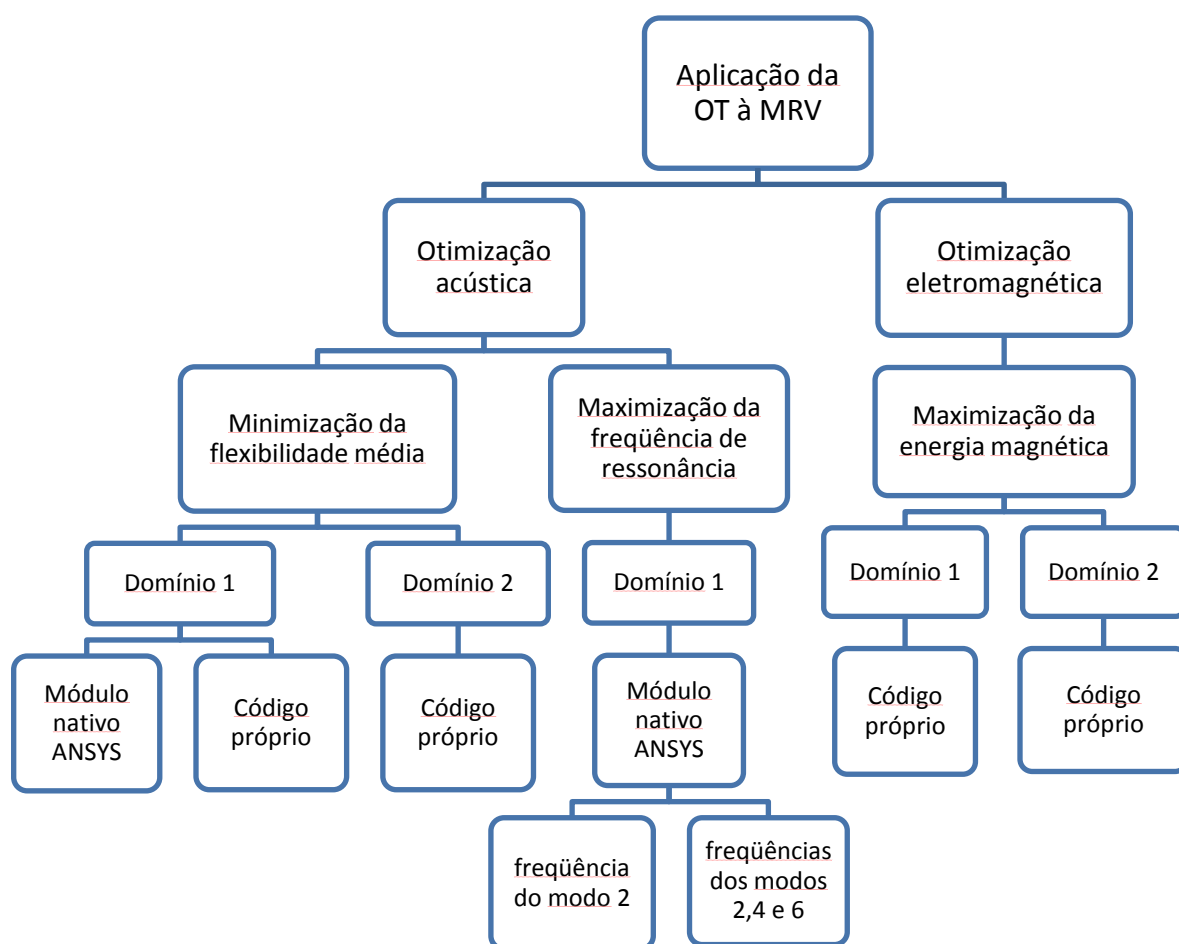


Figura 32 - Organograma dos casos de otimização apresentados.

6.2 MINIMIZAÇÃO DA FLEXIBILIDADE MÉDIA

6.2.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

De acordo com o que foi dito anteriormente e com os elementos definidos na seção 5.2, o problema de otimização para minimização da flexibilidade média pode ser matematicamente formulado da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 &\underset{\rho}{\text{minimizar}} && \mathbf{u}^t \mathbf{K} \mathbf{u} \\
 &\text{sujeito à} && \frac{V(\rho)}{V_0} = f \\
 &&& 0 < \rho_{\min} \leq \rho_i \leq 1
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

O modelo de material utilizado é o da eq. 5.4.

Em todos os casos de otimização acústica realizados, o domínio engloba apenas o estator, que é a fonte principal de ruídos. Além disso, para diminuir o custo computacional valeu-se da simetria do motor e portanto apenas $\frac{1}{4}$ do estator foi representado, utilizando as condições de contorno adequadas. A figura 33 mostra o estator original e a parte utilizada considerando a simetria, assim como as condições de contorno por ela impostas. Finalmente, o carregamento utilizado para todos os casos é o que foi ilustrado na figura 22 (a). Deve-se lembrar que esse carregamento leva em conta apenas as forças originadas pela fase 1.

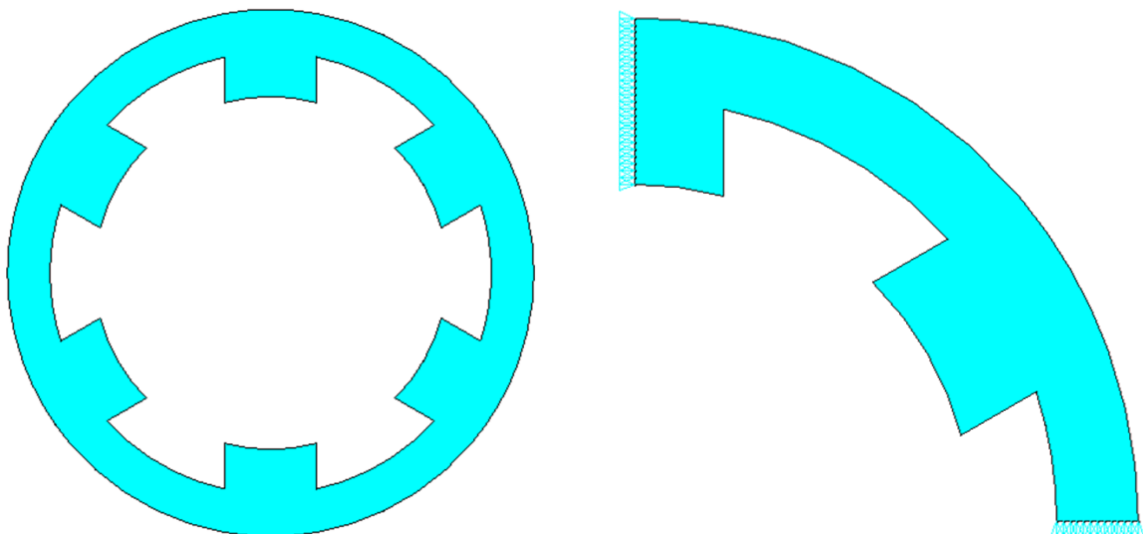


Figura 33 - Estator completo e parte utilizada na OT com condições de contorno de simetria.

6.2.2 PRIMEIRO CASO

Para o primeiro caso tratado, o domínio de otimização escolhido foi o dente do estator e uma região de ar adjacente a ele. Essa região de ar é definida estendendo-se a largura do dente do estator de 25%. A figura 34 mostra esse domínio (região em destaque).

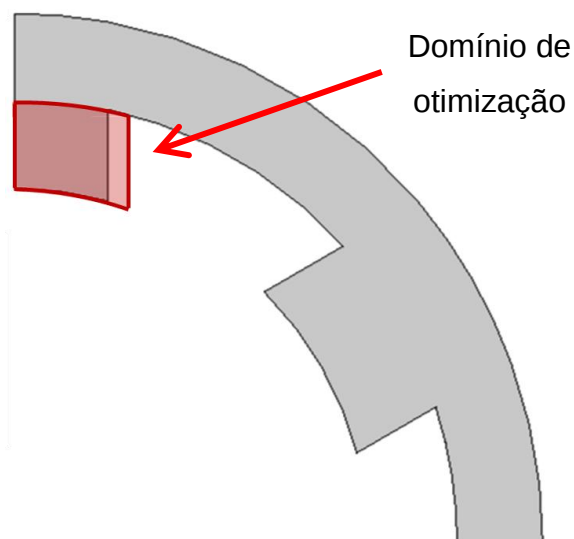


Figura 34 - Domínio de otimização - minimização da flexibilidade média - primeiro caso.

Esse domínio permite alterações na forma do dente e na largura, bem como a introdução de cavidades no seu interior. A restrição de volume f foi calculada de forma a manter o mesmo volume do dente original, usando as informações de área fornecidas pelo próprio ANSYS. Segundo esse critério, tem-se $f = 0.2057$. A título de comparação, para esse caso são mostrados os resultados obtidos com o código próprio e os obtidos com o módulo de OT nativo do ANSYS.

6.2.3 RESULTADO - CÓDIGO PRÓPRIO

A figura 35 mostra as densidades obtidas como resultado para o primeiro caso, utilizando o código próprio.

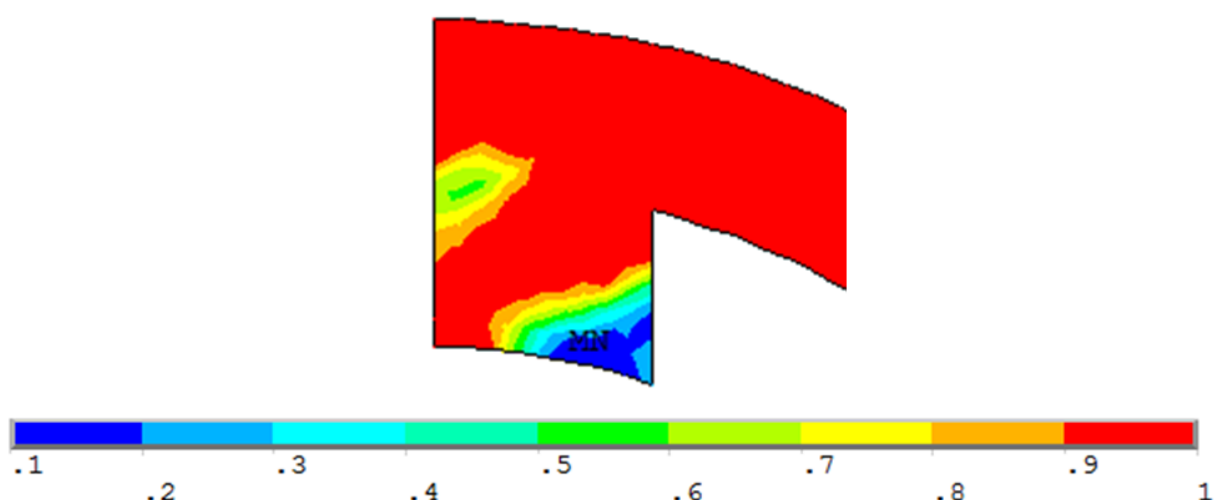


Figura 35 - Resultado da otimização - minimização da flexibilidade média - primeiro caso - código próprio.

A interpretação desse resultado mostra que, do ponto de vista do ruído, é preferível um dente mais largo na junção com o estator e mais estreito na extremidade, e sem o canto vivo presente inicialmente. Esse resultado vai na mesma direção das medidas empíricas tomadas para se diminuir o ruído, tal qual mostrado na figura 13. Além disso, observa-se uma região vazia no interior do dente, na altura da junção com o estator. A diminuição da flexibilidade média resultante é de 8,87%.

6.2.4 RESULTADO - MÓDULO DE OT NATIVO DO ANSYS

A figura 36 mostra as densidades obtidas como resultado para o primeiro caso, dessa vez utilizando o módulo de OT nativo do ANSYS.

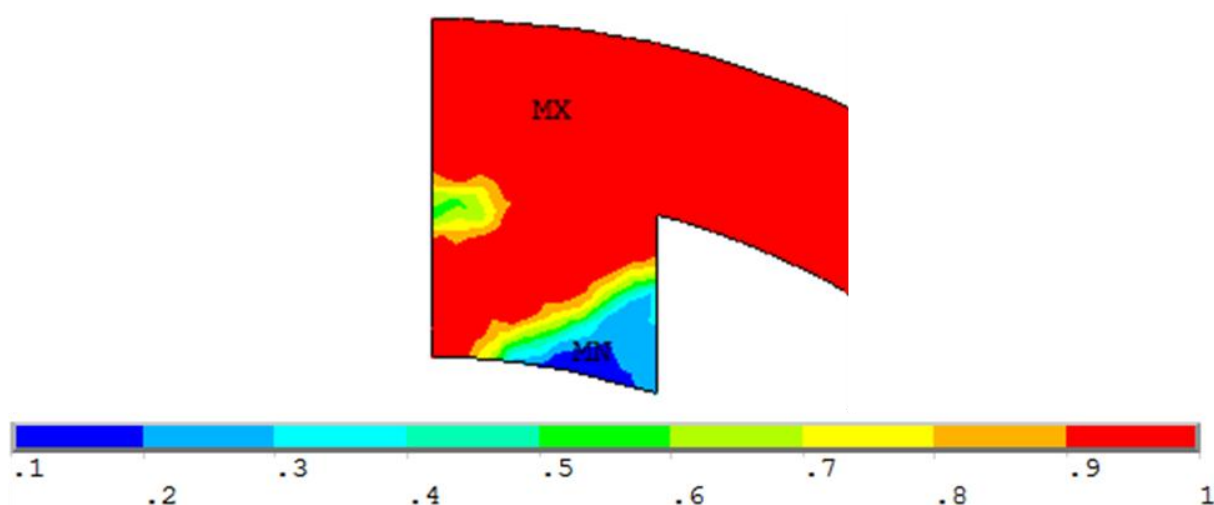


Figura 36 - Resultado da otimização - minimização da flexibilidade média - primeiro caso - módulo de OT do ANSYS.

A distribuição de densidades é muito semelhante àquela obtida com o código próprio, o que comprova que o mesmo está correto. A diminuição da flexibilidade média com essa configuração é de 8,05 %.

6.2.5 SEGUNDO CASO

Para o segundo caso, o domínio de otimização escolhido foi uma parte do aro do estator e uma região internamente adjacente a ele, definida aumentando-se a espessura do aro do estator em 25% em direção ao interior da máquina. Como apenas as forças magnéticas originadas pela fase 1 são aplicadas ao modelo, apenas a parte do aro próxima ao dente da fase 1 foi selecionada. A figura 37 mostra esse domínio (região em destaque).

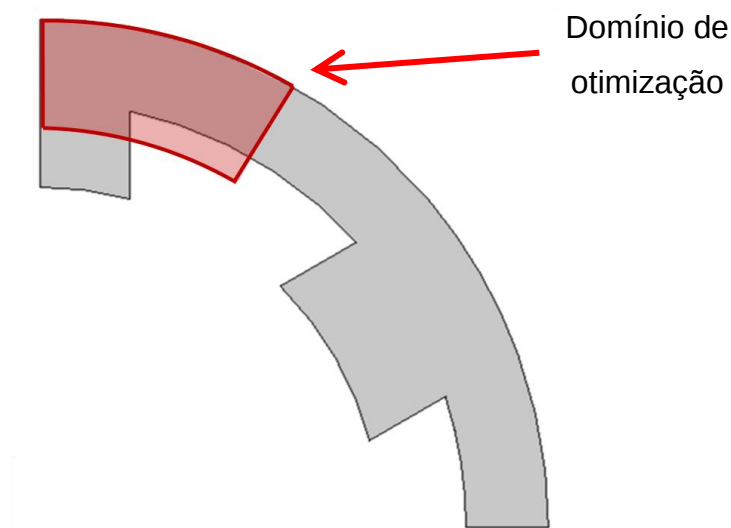


Figura 37 - Domínio de otimização - minimização da flexibilidade média - segundo caso.

Esse domínio permite alterações na forma e largura do aro, bem como a introdução de cavidades no seu interior. A restrição de volume f foi novamente calculada de forma a manter o mesmo volume do aro original, usando as informações de área fornecidas pelo próprio ANSYS. Segundo esse critério, tem-se $f = 0.1646$. O problema foi resolvido com o código próprio.

6.2.6 RESULTADO

A figura 38 mostra as densidades obtidas como resultado para o segundo caso.

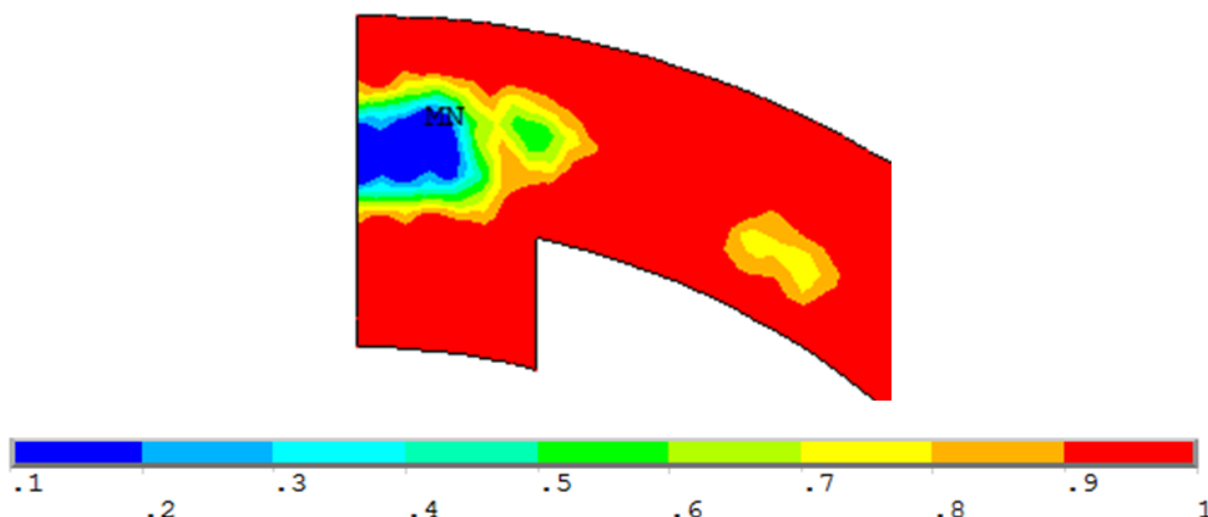


Figura 38 - Resultado da otimização - minimização da flexibilidade média - segundo caso.

A conclusão que se pode tirar é que um aro mais espesso é melhor do ponto de vista do ruído, visto que a região interna do domínio que antes era ocupada por ar foi preenchida com material. Além disso, há também a presença de uma cavidade no aro, no nível do centro do dente. No resultado do primeiro caso já havia um princípio de cavidade nessa região. Isso indica que para fins de minimização de ruído, a essa região não é influente. A OT removeu material da base do dente e o transferiu para a parte interior do aro que era ocupada por ar. A diminuição da flexibilidade média com essa configuração é de 12,94%.

6.3 MAXIMIZAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS DE RESSONÂNCIA

6.3.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Uma outra abordagem para a otimização acústica é a maximização das frequências de ressonância do estator. Na seção 3.8, foram obtidas as frequências dos modos pares, que são os modos importantes quando se trata de uma máquina simétrica. Verificou-se que apenas os modos 2, 4 e 6 encontram-se na faixa audível pelo ser humano (tabela 1). Estudos como [3] mostraram que um aumento nos valores das frequências de ressonância pode atenuar consideravelmente as vibrações, reduzindo assim o ruído.

O problema de otimização para maximização das frequências de ressonância pode ser matematicamente formulado da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 & \underset{\rho}{\text{maximizar}} && \omega^2 \\
 & \text{sujeito à} && (\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\mathbf{u} = 0 \text{ e } \mathbf{u}^t \mathbf{M} \mathbf{u} = 1 \\
 & && \frac{V(\rho)}{V_0} = f \\
 & && 0 < \rho_{\min} \leq \rho_i \leq 1
 \end{aligned} \tag{6.2}$$

onde ω é a frequência de ressonância, $\mathbf{K}$ é a matriz de rigidez estrutural, $\mathbf{M}$ é a matriz de massa e $\mathbf{u}$ é o vetor de deslocamentos. A condição $(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\mathbf{u} = 0$ representa o problema de autovalores e autovetores e a condição $\mathbf{u}^t \mathbf{M} \mathbf{u} = 1$ é uma condição de normalização dos modos de vibrar.

Esse problema foi resolvido somente com o módulo de OT nativo do ANSYS. O módulo também utiliza o método SIMP, com o mesmo modelo de material dado na eq. 5.4, e o algoritmo de otimização matemática também é o mesmo que foi implementado no código próprio, o critério de optimalidade.

6.3.2 PRIMEIRO CASO

O primeiro caso de otimização utiliza o mesmo domínio dado na figura 34.

A maximização da frequência de ressonância pode ser aplicada com o objetivo de maximizar a frequência de um modo específico, ou de maximizar uma média entre alguns modos. Para o primeiro caso foi escolhido maximizar a frequência do segundo modo.

6.3.3 RESULTADO

A figura 39 mostra as densidades obtidas como resultado para o primeiro caso.

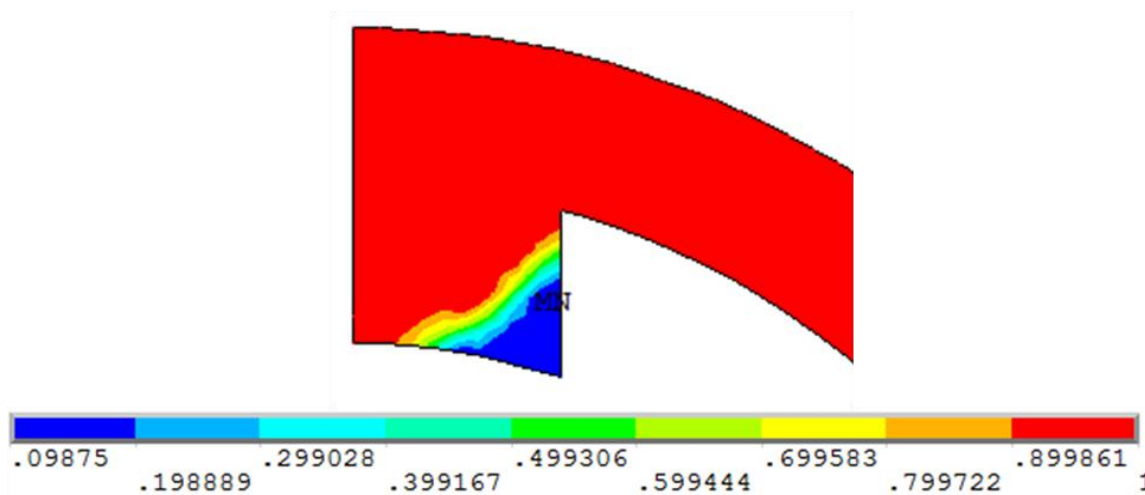


Figura 39 - Resultado da otimização - maximização da frequência de ressonância - primeiro caso.

A tabela 3 mostra as frequências do modelo inicial e as frequências obtidas com o modelo otimizado.

Tabela 3 - Comparação das frequências de ressonância dos modos pares - primeiro caso.

Modo	Frequência antes da otimização (Hz)	Frequência depois da otimização (Hz)
2	1312	1359
4	6593	7017
6	18965	21912
8	23679	26807

Os resultados são interessantes. Primeiramente, a topologia obtida é semelhante àquela obtida para o problema de minimização da flexibilidade média, figura 35. Como ambos os problemas visam diminuir as emissões acústicas da máquina, esse resultado é importante, pois indica que é possível encontrar uma topologia que seja eficiente nos dois problemas, o que deve acentuar a redução no ruído emitido. Isso não seria possível se os resultados fossem antagônicos.

Além disso, a análise das frequências de ressonância obtidas mostra que as frequências dos outros modos também foram maximizadas. No modelo otimizado, não só a frequência do modo 8 está fora da faixa audível mas também a do modo 6,

ou seja, no modelo otimizado apenas os modos 2 e 4 possuem frequências na faixa audível, o que certamente traz benefícios com relação às emissões acústicas.

6.3.4 SEGUNDO CASO

O segundo caso de otimização utiliza o mesmo domínio do primeiro, dado na figura 34. A diferença é que nesse caso o objetivo é maximizar a média aritmética das frequências dos modos 2, 4 e 6, e não apenas a frequência do modo 2 como no caso anterior.

6.3.5 RESULTADO

A figura 40 mostra as densidades obtidas como resultado para o segundo caso.

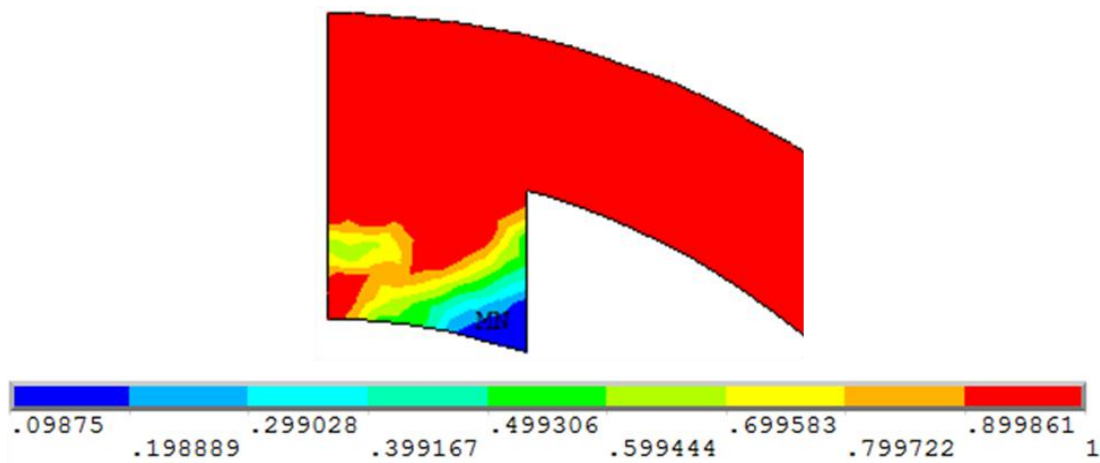


Figura 40 - Comparação das frequências de ressonância dos modos pares - segundo caso.

A tabela 4 mostra as frequências do modelo inicial e as frequências obtidas com o modelo otimizado.

Tabela 4 - Resultado de otimização - frequências de ressonância dos modos pares do estator.

Modo	Frequência antes da otimização (Hz)	Frequência depois da otimização (Hz)
2	1312	1357
4	6593	7001
6	18965	21837
8	23679	26753

O resultado do segundo caso é semelhante ao do primeiro, porém um pouco menos eficaz. Ele também leva a frequência do modo 6 para fora da faixa audível, mas com frequências um pouco mais baixas.

6.4 MAXIMIZAÇÃO DA ENERGIA ELETROMAGNÉTICA

6.4.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

O problema de otimização para maximização da energia eletromagnética pode ser matematicamente formulado da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 &\underset{\rho}{\text{maximizar}} && \frac{1}{2} \mathbf{A}^t \mathbf{S} \mathbf{A} \\
 &\text{sujeito à} && \frac{V(\rho)}{V_0} = f \\
 &&& 0 < \rho_{\min} \leq \rho_i \leq 1
 \end{aligned} \tag{6.3}$$

O modelo de material utilizado é o da eq. 5.6.

Para esse problema, o domínio de otimização pode englobar partes do estator, do rotor ou de ambos ao mesmo tempo. Mais uma vez, apenas a fase 1 é considerada para a otimização. É importante lembrar que o modelo de material utilizado não leva em conta a saturação. Todos os casos foram resolvidos com o código próprio porque o módulo de OT do ANSYS não resolve problemas eletromagnéticos.

6.4.2 PRIMEIRO CASO

Para o primeiro caso tratado, o domínio de otimização escolhido foi o dente do rotor e uma região de ar adjacente a ele. A figura 41 mostra esse domínio (região em destaque).

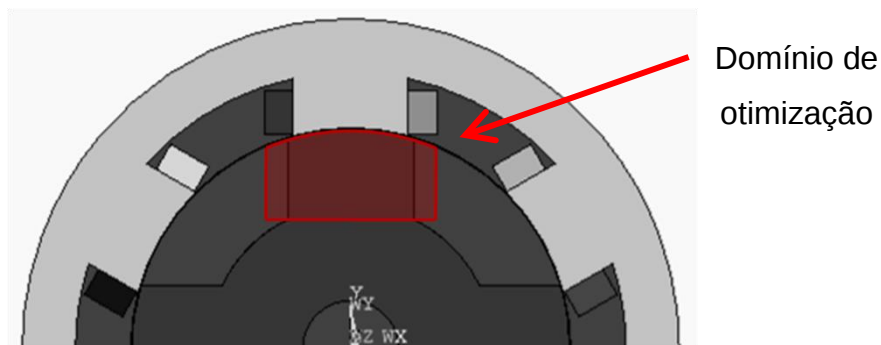


Figura 41 - Domínio de otimização - maximização da energia eletromagnética - primeiro caso.

Da mesma forma que o domínio do primeiro caso para a minimização da flexibilidade, esse domínio permite alterações na forma do dente e na largura, bem como a introdução de cavidades no seu interior.

6.4.3 RESULTADO

A figura 42 mostra o resultado para o primeiro caso.

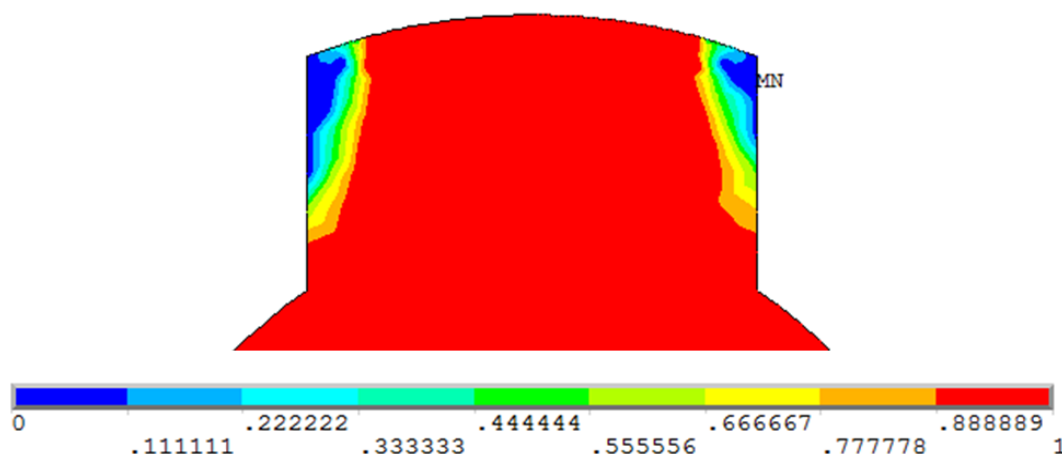


Figura 42 - Resultado da otimização - maximização da energia eletromagnética - primeiro caso.

A interpretação desse resultado mostra que um dente com a base mais larga e a ponta mais fina, sem cantos vivos, é mais adequado do ponto de vista da maximização da energia magnética. O aumento na energia magnética do motor com essa configuração é de 9,41%.

O comportamento dessa configuração foi verificado no que diz respeito ao torque, utilizando o código mostrado no capítulo 3. A figura 43 mostra a curva obtida. O torque médio obtido é 15,34 N.m.

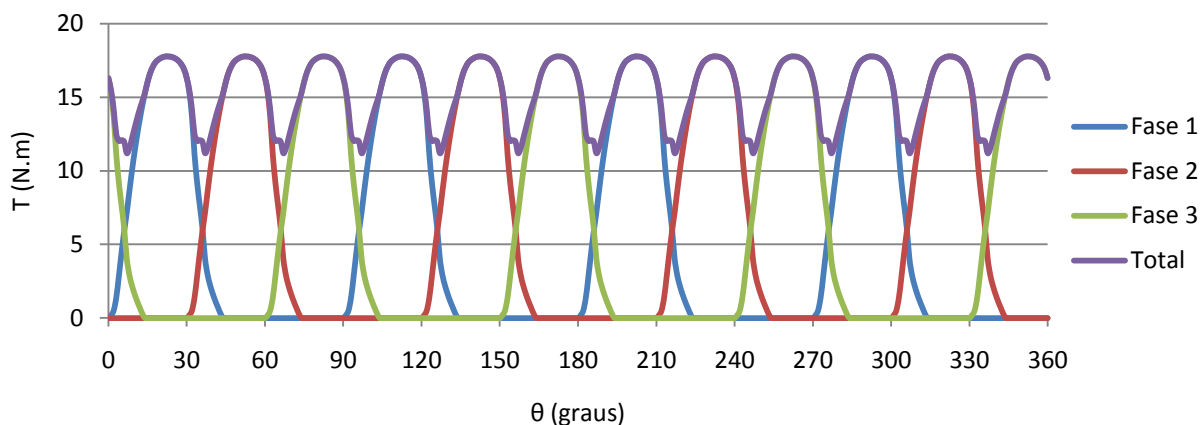


Figura 43 - Verificação do torque para o resultado da otimização.

Comparando-se a figura 43 com a figura do torque da máquina original, figura 21, observa-se que o valor mínimo do torque total aumentou consideravelmente, de 8.5 para 11 N.m, diminuindo assim a amplitude da oscilação do torque. Já o torque médio foi praticamente mantido (variação de 0.1 N.m).

O resultado obtido mostra que não apenas o comando (conforme dito na seção 2.2), mas também a geometria pode ser definida de forma a diminuir as oscilações do torque, mantendo o torque médio, e que a otimização topológica visando a maximização da energia magnética pode ser um caminho para atingir-se esse objetivo.

6.4.4 SEGUNDO CASO

Para o segundo caso, o domínio de otimização escolhido foi o a ponta do dente do estator e uma região de ar adjacente a ele, em frente às bobinas. A figura 44 mostra esse domínio (região em destaque).

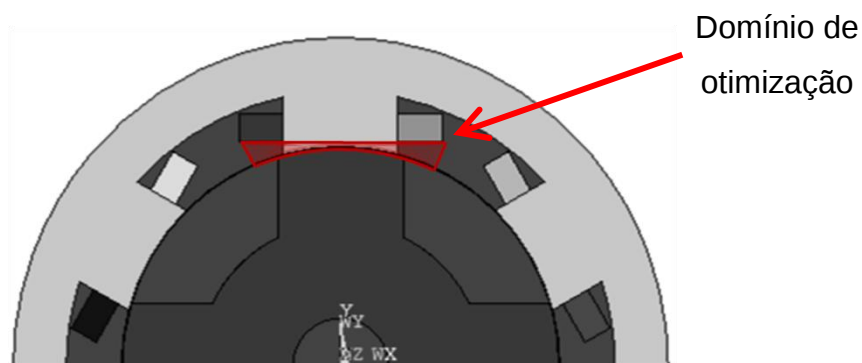


Figura 44 - Domínio de otimização - maximização da energia eletromagnética - segundo caso.

6.4.5 RESULTADO

A figura 45 mostra o resultado para o segundo caso.

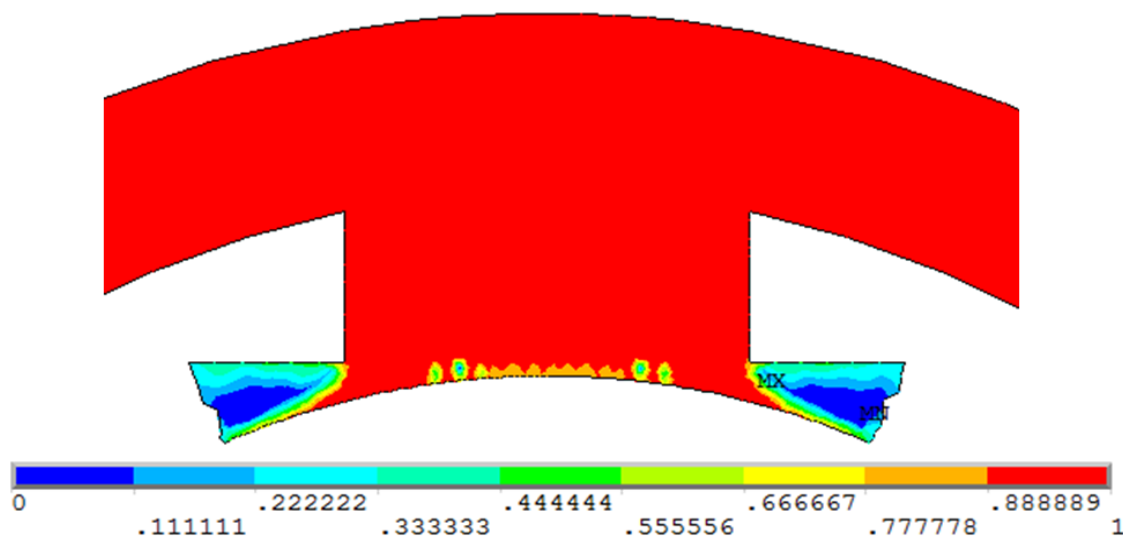


Figura 45 - Resultado da otimização - maximização da energia eletromagnética - segundo caso.

Nesse resultado, nota-se uma redistribuição do material do centro do dente para as bordas, resultando em um dente alongado nas extremidades e com leves retrações no centro. O aumento na energia magnética do motor com essa configuração é de 6,26%.

O comportamento dessa configuração também foi verificado no que diz respeito ao torque, utilizando o código mostrado no capítulo 3. A figura 46 mostra a curva obtida. O torque médio é 15,23 N.m.

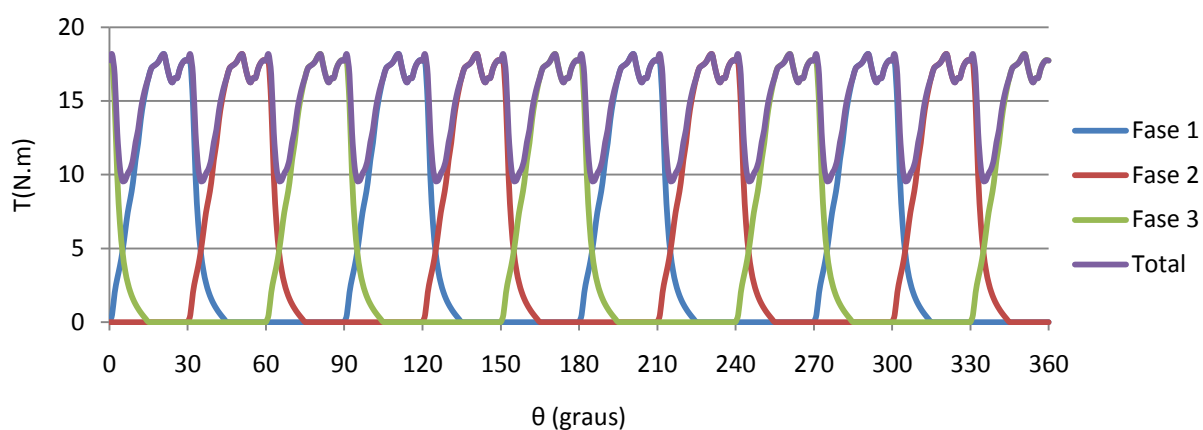


Figura 46 - Verificação do torque para o resultado da otimização.

Comparando-se a figura 46 com a figura do torque da máquina original, figura 21, observa-se mais uma vez que o valor mínimo do torque total aumentou, e que a curva de torque total agora apresenta oscilações nos picos. Do ponto de vista do torque a máquina original é melhor, mas esse resultado mostra que a otimização da energia magnética pode mudar consideravelmente a curva de torque da máquina.

7 CONCLUSÃO

7.1 CONCLUSÕES E OBSERVAÇÕES

Neste trabalho, o método de otimização topológica foi implementado para máquinas elétricas de relutância variável duplamente salientes, tendo como objetivos a otimização eletromagnética e acústica. Esse tipo de máquina é cada vez mais utilizado em diversos domínios e é uma das grandes apostas da indústria automotiva no que se refere a tecnologias para veículos híbridos. A MRV foi extensamente estudada: o princípio de funcionamento, as características, o torque produzido, os efeitos da saturação e as origens do ruído. A teoria do eletromagnetismo usada na análise por elementos finitos foi explicada e um código que aplica o método dos elementos finitos para MRVs foi criado com a linguagem APDL do software comercial ANSYS, com o intuito de melhor compreender o funcionamento da máquina (observar linhas de fluxo, pontos de saturação, forças magnéticas, etc.) e possibilitar o cálculo do torque para qualquer posição do rotor. Esse código utiliza uma técnica especial de malhagem do entreferro, para permitir a rotação da malha do rotor em relação à do estator e assim economizar recursos computacionais. Em seguida, foram estudados dois métodos de otimização recentemente aplicados à MRVs - os algoritmos genéticos e a otimização topológica - sendo escolhido o segundo para ser implementado no problema tratado. Essa implementação foi então discutida em detalhes. O modelo de material utilizado foi o SIMP, utilizando o critério de optimalidade como algoritmo de otimização matemática. Foi desenvolvido então um segundo código, novamente escrito em linguagem APDL, que implementa a otimização topológica. A aplicação desse código a problemas de OT de estruturas cuja solução é conhecida permitiu testar, aperfeiçoar e validar seu funcionamento. O código foi então aplicado aos problemas de minimização da flexibilidade média e maximização da energia magnética. Os resultados mostraram que a otimização topológica foi eficaz nos dois objetivos. Na maximização da energia magnética, foi verificado o impacto no torque da máquina. Essa verificação mostrou que a amplitude das oscilações do torque diminuiu consideravelmente, mantendo o torque médio constante. Em outro exemplo, o aspecto da curva de torque mudou bastante, mostrando que a energia magnética poderia ser estudada para buscar alterações

desejadas nessa curva. O problema de minimização da flexibilidade média mostrou perfis de dentes do estator que teoricamente reduzem o ruído. Além desses problemas, o problema da maximização das frequências de ressonância também foi abordado, utilizando-se o módulo de OT nativo do ANSYS. O resultado mostra que a otimização é capaz de levar a frequência do 6º modo de vibrar para fora da faixa audível pelo ser humano, representando assim um forte indício de redução do ruído emitido pela máquina. Finalmente, todos esses resultados mostram que a OT é capaz de aperfeiçoar uma máquina dimensionada por um algoritmo genético, pois a máquina inicial utilizada em todos os casos foi obtida dessa forma. Esse resultado, porém, era esperado, visto que os métodos tem abordagens totalmente diferentes.

7.2 CONTINUAÇÃO E TRABALHOS FUTUROS

O trabalho permitiu aplicar a otimização topológica a máquinas de relutância variável para otimização eletromagnética e acústica, de forma simplificada. As funções objetivo utilizadas são funções simples, mono-objetivo, e permitem realizar o cálculo das sensibilidades de forma bastante simples e direta, se comparadas a outras funções possíveis. Além disso, o modelo de material utilizado na otimização do torque é um modelo linear, que não leva em conta, portanto, a saturação magnética. Finalmente, o algoritmo de otimização matemática utilizado, o critério de optimalidade, é também um dos mais simples. Todos esses pontos podem ser objeto de um estudo futuro: implementação de funções objetivo multi-objetivo, utilização de modelos de materiais mais complexos (que levem em conta a saturação, ou que misturem dois ou mais materiais magnéticos, ao invés de apenas um), utilização de algoritmos matemáticos mais eficazes, etc. É importante notar, porém, que mesmo com as simplificações utilizadas nesse trabalho, a implementação da OT às MRVs já foi razoavelmente complicada. Trabalhos sobre implementações mais complexas são ainda raros, sendo esse tema assunto de teses de doutorado recém-publicadas, como por exemplo [10]. A complexidade da implementação e dos cálculos aumenta enormemente quando se introduzem funções objetivo mais complexas ou modelos de material mais realistas por exemplo.

8 BIBLIOGRAFIA

1. **Fitzgerald, A.E., Kingsley, C.J., Umans, S.D.** *Máquinas Eléctricas*. Bookman, 2006.
2. **Vries, A.** *Commande et dimensionnement de machines à reluctance variable à double saillance pour application alerno-demarreur automobile*. Cachan : École Normale Superieure de Cachan, 2004. Tese de doutorado.
3. **Gabsi, M.** *Conception de Machines Speciales et de leurs alimentations. Reduction du bruit d'origine electromagnetique*. Cachan : École Normale Superieure de Cachan, 1999.
4. **MOVELE - Proyecto Piloto de Movilidad Electrica.** *Intituto para la Diversificación y Ahorro de la Energía*. [Online] http://www.idae.es/index.php/mod.documentos/mem.descarga?file=/documentos_Presentacion_proyecto_MOVELE_64698032.pdf. - Acesso em 10/2010
5. **Multon, B, et al.** *Possibilités du moteur à réluctance variable à double saillance pour la motorisation de véhicules électriques*. Grenoble, 1995.
6. **Miller, T.J.E.** *Brushless permanent-magnet and reluctance Motor Drives*. New York : Oxford University Press, 1989.
7. **Pyrhönen, J., Jokinen, T., Hrabovcová, V.** *Design of Rotating Electrical Machines*. Wiley, 2008.
8. **Camus, F.** *Modelisation des phenomenes vibratoires des machines a reluctance variable a double saillance. Influence de l'alimentation*. Cachan : École Normale Superieure de Cachan, 1997.
9. **Ojeda, X.** *Dimensionnement et commande d'actionneurs piezoelectriques en vue du controle des vibrations des machines à reluctance variable rapides*. Cachan : Ecole Normale Superieure de Cachan, 2009. Tese de Doutorado.
10. **Lee, J.** *Structural Design Optimization of Electric Motors*. University of Michigan, 2010.

11. **Yoo, J.** *Reduction of Vibration Caused by Magnetic Force in a Switched Reluctance Motor by Topology Optimization*. Transactions of the ASME: Journal of Applied Mechanics, 2002. - p.380-387
12. **Hlioui, S.** *Étude d'une machine synchrone à double excitation*. École Normale Supérieure de Cachan, 2008. Tese de doutorado.
13. **Bianchi, N.** *Electrical Machine Analysis using Finite Elements*. 2005.
14. **Holtz, G. C. C.** *Traçado automático de envoltórias de esforços em estruturas planas utilizando um algoritmo evolucionário*. PUC RJ. 2005. Dissertação de Mestrado.
15. **Lomonova, E e Matveev, A.** *Application of genetic algorithms for design of switched reluctance drives*. Eindhoven, 2003.
16. **Mitchell, M.** *An Introduction to Genetic Algorithms*. Cambridge : MIT press, 1999.
17. **Tenne Y., Goh, C.K.** *Computational Intelligence in Optimization: Applications and Implementations*. Springer, 2010.
18. **Silva, C. E. N.** *PMR2515 - Otimização Aplicada ao Projeto de Sistemas Mecânicos*. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Apostila.
19. **Lima, C. R.** *Projeto de mecanismos flexíveis usando o método de otimização topológica*. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2002. Dissertação de Mestrado.
20. **Delaere, K., Heylen, W., Belmans, R., Hameyer, K.** Finite Element Based Expressions For Lorentz, Reluctance And Magnetostriction Forces.
21. **Shim, H., Moon, H., Wang, S., Hameyer, K.** Topology Optimization for Compliance Reduction of Magnetomechanical Systems. *IEEE Transactions on Magnetics* vol. 44. 2008.
22. **Sigmund, O.** *A 99 line topology optimization code written in Matlab*. Technical University of Denmark. 2001. Artigo educacional.

23. **Chiandussi, G., Gaviglio, I., Ibba, A.** Topology optimisation with optimality criteria and a given volume Lagrange multiplier. *XXX Convegno Nazionale AIAS*. 2001.
24. **Vemaganti, K., Lawrence, W. E.** Parallel methods for topology optimization. *Elsevier science*. 2004.

APENDICE A - PROBLEMAS DE TESTE USADOS NO DESENVOLVIMENTO DO CÓDIGO QUE IMPLEMENTA A OT

Para o desenvolvimento do código que implementa a OT, foi utilizada a seguinte abordagem: iniciou-se por desenvolver um código que resolve problemas estruturais (minimização da flexibilidade média), que foi aplicado a exemplos clássicos da OT. Isso porque esses exemplos possuem soluções conhecidas a priori, e que portanto poderiam ser usadas no desenvolvimento para corrigir erros na implementação, calibrar e validar o código. Ambos os problemas tratam de minimizar a flexibilidade média sujeito a uma restrição de volume.

Para o primeiro problema [22], o domínio de otimização, o carregamento e as condições de contorno são ilustrados na figura 47. A restrição de volume imposta é de 50% ($f = 0.5$).

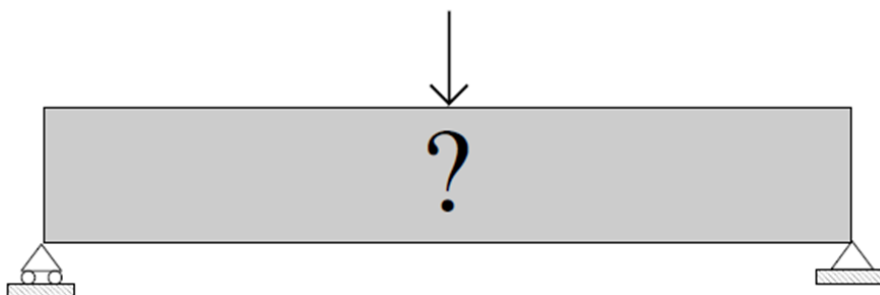


Figura 47 - Primeiro problema de otimização usado para teste.

A solução conhecida para esse problema é mostrada na figura 48.

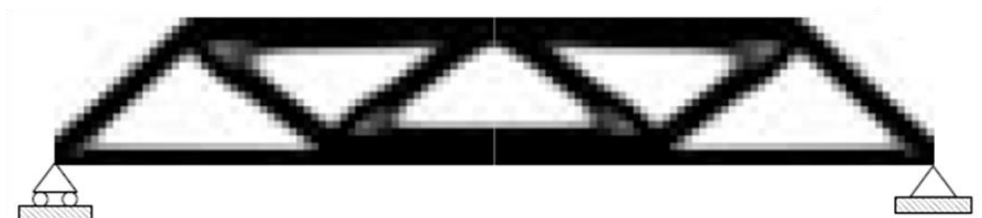


Figura 48 - Solução conhecida do primeiro problema de teste.

Dada a simetria do domínio, esse problema pode ser rerepresentado como mostrado na figura 49.

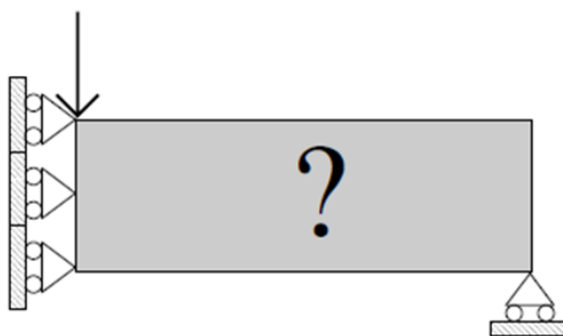


Figura 49 - Primeiro problema de otimização usado para teste considerando a simetria.

Esse problema foi resolvido com o código criado usando a APDL do ANSYS. A figura 50 mostra o resultado obtido.

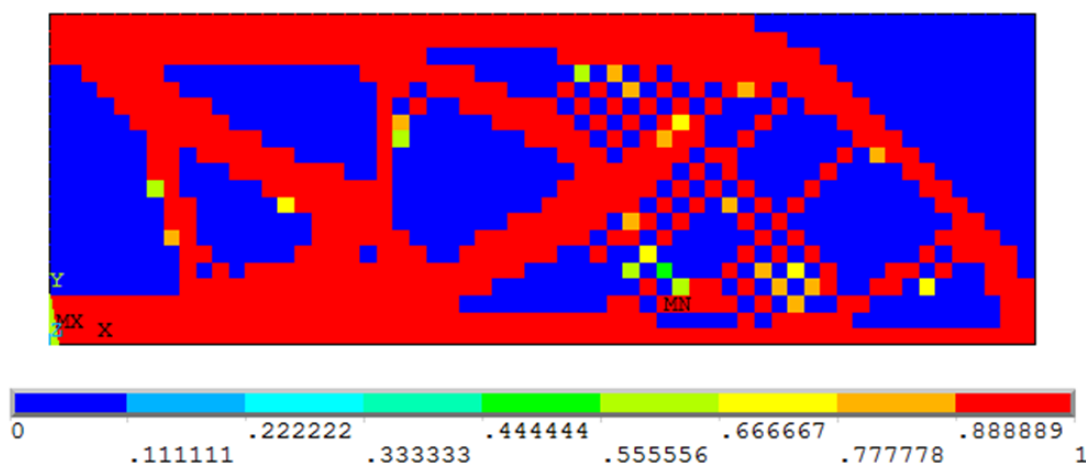


Figura 50 - Solução obtida para o primeiro problema de teste - aparecimento do tabuleiro de xadrez.

Nesse resultado, nota-se o aparecimento de um fenômeno conhecido como tabuleiro de xadrez (“checkerboard”, em inglês). O tabuleiro de xadrez é um fenômeno recorrente em OT. Trata-se do aparecimento de regiões onde elementos com pseudo-densidade alta se intercalam com elementos de pseudo-densidade baixa, dando origem a uma estrutura que se assemelha a um tabuleiro de xadrez. Esse fenômeno é indesejado porque essa estrutura não é implementável na prática. A explicação para a ocorrência desse fenômeno não é bem definida, mas alguns estudos indicam que a estrutura em xadrez é mais rígida do que uma estrutura uniforme de mesmo volume, para elementos de 4 nós [19]. Essa maior rigidez é artificialmente criada pelas aproximações numéricas do MEF. Como a OT busca a solução de maior rigidez nesse problema, ela opta pela estrutura em xadrez no lugar de uma estrutura uniforme.

Basicamente, existem duas formas para evitar a formação do tabuleiro de xadrez. A primeira é utilizar elementos de ordem maior (6 ou 8 nós por exemplo), pois com esses elementos a rigidez da estrutura em tabuleiro é menor que a da estrutura uniforme. Entretanto, essa solução aumenta consideravelmente o custo computacional da otimização, que é maior quanto mais complexos forem os elementos. A segunda solução é a utilização de filtros para controlar as variações nos gradientes das variáveis de projeto, pois variações bruscas favorecem o aparecimento do tabuleiro de xadrez. Eles podem ser aplicados diretamente nas variáveis de projeto ou então nas sensibilidades. Os tipos de filtros mais utilizados são filtros de vizinhança fixa e filtros espaciais. Nos primeiros, o valor filtrado para um dado elemento é obtido utilizando-se o valor dos elementos adjacentes, realizando-se uma média. Nos segundos, o valor filtrado leva em conta o valor em todos os elementos que se encontram dentro de uma certa distância do elemento em questão. A vantagem dos filtros espaciais é que são independentes da discretização, e a vantagem dos filtros de vizinhança fixa é a simplicidade de implementação.

Para eliminar o tabuleiro de xadrez encontrado na solução do primeiro problema de teste, foi implementado um filtro de vizinhança fixa aplicado às sensibilidades dado pela equação 5.17, onde N é o número de vizinhos imediatamente adjacentes ao elemento i e pertencentes ao domínio de otimização.

$$\frac{\widehat{\partial F}}{\partial \rho_i} = \frac{1}{N \cdot \rho_i} \sum_{f=1}^N \rho_f \frac{\partial F}{\partial \rho_f} \quad (A. 1)$$

Esse filtro nada mais é que a média aritmética entre os elementos adjacentes.

A figura 51 mostra o resultado obtido com a filtragem implementada.

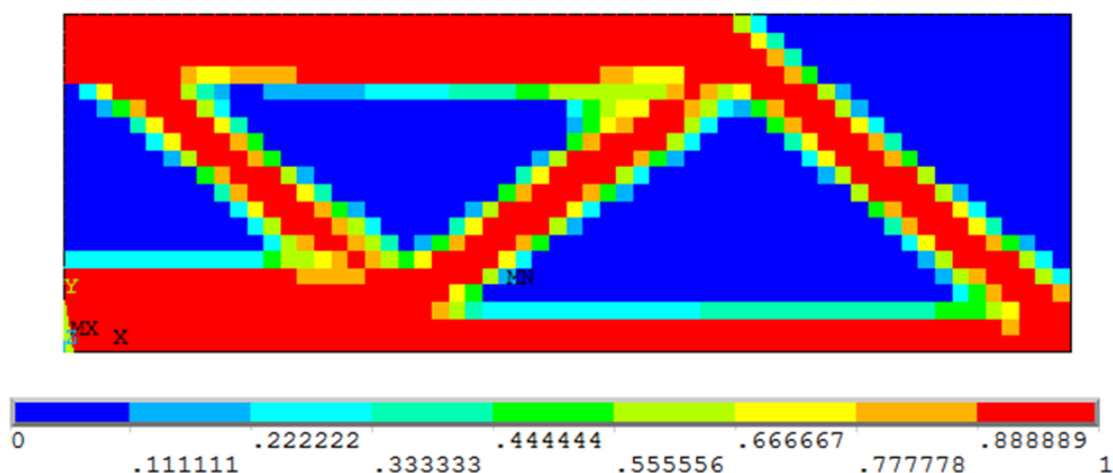


Figura 51 - Solução obtida para o primeiro problema de teste - aplicação do filtro.

Dessa vez o fenômeno do tabuleiro de xadrez não apareceu. A solução obtida está de acordo com a solução conhecida para o problema, dada na figura 48.

Para o segundo problema usado como teste [22], o domínio de otimização, o carregamento e as condições de contorno são ilustrados na figura 52. A restrição de volume imposta é de 40% ($f = 0.4$).

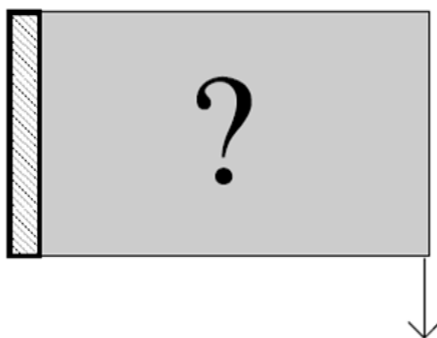


Figura 52 - Segundo problema de otimização usado para teste.

A solução conhecida para esse problema é mostrada na figura 53.



Figura 53 - Solução conhecida do segundo problema de teste.

Esse problema foi resolvido já com o filtro de vizinhança fixa implementado. A figura 54 mostra o resultado obtido.

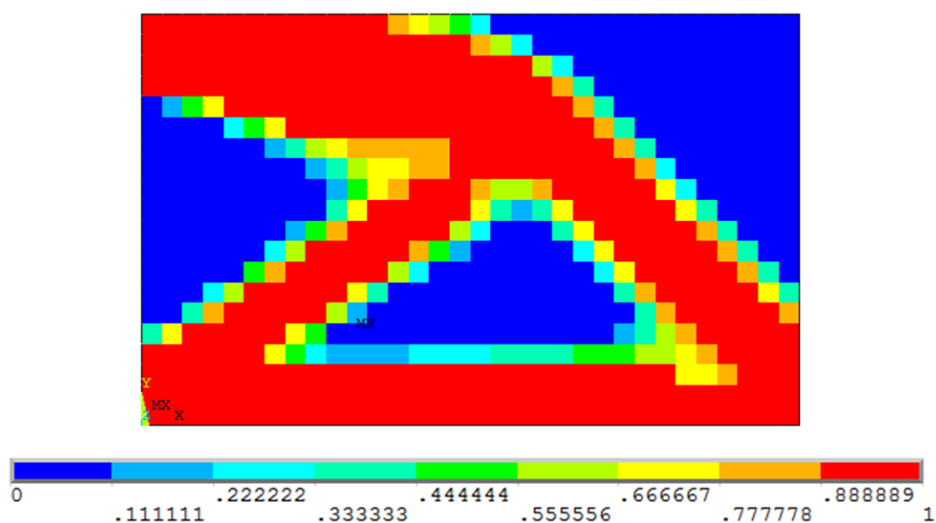


Figura 54 - Solução obtida para o segundo problema de teste.

Mais uma vez a solução está de acordo com a solução conhecida para o problema, figura 53. Os dois problemas utilizados como teste validam o funcionamento do código criado no ANSYS para a implementação da OT, assim como o funcionamento do filtro implementado para eliminar o tabuleiro de xadrez.